

UNIVERZITET U TUZLI
Prirodno-matematički fakultet
Odsjek: Fizika

Azra Bešić

ZAVRŠNI RAD
Prvog ciklusa studija

**Proučavanje elementarnih čestica od eksperimenta do
modela**

Tuzla, juni 2020.

Mentor: dr. sc. Mirza Hadžimehmedović, vanredni profesor

Broj stranica: 41

Redni broj završnog rada:

Sažetak

Osnovni motiv koji je oduvijek pokretao naučnike je znatiželja. Zahvaljujući tom motivu, fizika elementarnih čestica je odgovorila na najbitnija pitanja univerzuma: Koji su to osnovni objekti od kojih je građen svijet oko nas i na koji način oni komuniciraju između sebe? Odgovor na to pitanje je Standardni model koji nam daje pregled elementarnih čestica i njihove međusobne interakcije. Međutim, to putovanje je trajalo dug niz godina i ishodilo je, između ostalog, razvojem mnogih instrumenata potrebnih za proučavanje karakteristika čestica. Cilj ovog završnog rada jesu upravo ti instrumenti, kako teoretski alati, matematički opisi fizičkih sistema, tako i eksperimenti, korištena aparatura i odgovarajući principi rada.

Prvo poglavlje bazira se na opisu funkcija i principa rada mašina koje nam obezbjeđuju stalan izvor novih informacija, a to su akceleratori čestica. Njihov cilj jeste ubrzavanje čestica, te njihovo sudaranje u svrhu istraživanja samog postupka i ostataka njihovog sudara. Njihov razvoj je veoma bitan jer što su postignute veće brzine i energije, ne samo da su sami sudari precizniji i vjerovatniji, nego možemo dobiti krajnje čestice sve većih masa i energija i dobijamo raznolik katalog postojećih čestica.

Uporedo sa tim razvojem, neophodan je bio napredak i mjernih instrumenata da bi se dobivali precizniji rezultati i bila omogućena lakša identifikacija nastalih čestica u sudarima. U ovom slučaju, mjerne instrumenti su detektori čestica o kojim piše drugo poglavlje ovog rada. Navedeni su opisi konstrukcije i način detekcije čestica pojedinih detektora, od jednostavnijih i primitivnijih poput scintilatora, do modernijih detektora koji se koriste danas kao što su multižičani proporcionalni brojači i time projection komore.

Posljednje poglavlje se zasniva na samoj mehanici procesa. Na početku se nalaze definicije fizičkih veličina kojima se fizika čestica najviše zanima prilikom sudara i raspada čestica, a to su udarni presjek i stopa raspada čestica. Danas, moderna fizika se uglavnom bavi visoko-enrgetskim interakcijama relativističkih čestica. Stoga, potrebna je relativistička formulacija kvantne mehanike. Završni produkt jeste set formula koje nam definišu određen, posmatrani i jedinstven proces.

Abstract

The basic motive which drives the scientists is curiosity. Thanks to that motive, physics of elementary particles answered the most important questions of the universe: What are the basic objects from which the world around us is build and how do they interact with each other? The answer to that question is Standard model which gives us an overview of elementary particles and their mutual interactions. However, that journey lasted for many years and resulted in progress of many instruments needed for studying properties of particles. The aim of this graduate thesis are precisely these instruments, both theoretical tools and mathematical descriptions and experiment, used apparatus and their mode of operation.

First chapter is based on description of functions and principles of work of machines that provide us constant source of information and these are particle accelerators. Their goal is to accelerate particles and collide them for the purpose of exploring the process itself and the remains of their collision. Their development is very important because the higher velocities and energies are achieved, not only are the collision more probable and precise but we can get final particles with bigger mass and energy and a diverse catalog of existing particles.

In parallel with this development, progress was needed in measuring devices to obtain more accurate results and enable easier identification of collision particles. In this case, those measuring devices are particle detectors described in the second chapter of this thesis. Descriptions of construction of detectors and their methods of particle identification are given, from more simple and primitive like scintillation counters to more modern detectors which are used today like multiwire proportional counters and time projection chambers.

The last chapter is based on the mechanics of the process. At the beginning there are definitions of physical quantities that the particle physicists are most interested in during collisions and decays of particles and these are cross section and decay rate. Today, modern physics deals mainly in high-energy interactions of relativistic particles. Therefore, a relativistic formulation of quantum mechanics is needed. The end product is set of formulas which define a certain, observed and unique process.

Sadržaj

Sažetak	ii
Abstract	iii
1 Akceleratori	1
1.1 Elektrostatički generator	3
1.2 Linearni akcelerator (Linac)	5
1.2.1 Optika snopa	5
1.3 Sinhrotroni	9
2 Detektori	14
2.1 Scintilacioni brojači	14
2.2 Poluprovodnički detektori	15
2.3 Bubble komora	17
2.4 Multižičani proporcionalni brojači (MWPC)	19
2.5 Drift komore	21
2.6 Time projection komora (TPC)	23
2.7 Kalorimetar	25
2.7.1 Elektromagnetni kalorimetar	25
2.7.2 Hadronski kalorimetar	26
3 Mehanika procesa	30
3.1 Laboratorijski sistem i sistem centra mase	30
3.2 Udarni presjek	31
3.3 Životni vijek čestica	33
3.4 Fermi-jevo "Zlatno" pravilo	34
3.5 Gustina stanja i normalizacija talasne funkcije	34
3.5.1 Lorentz invarijantna forma Fermi-jevog pravila	36
3.6 Sudari i raspršenja	36
3.6.1 Raspršenje u sistemu CM	38
3.6.2 Raspršenje u laboratorijskom sistemu	38
Zaključak	40
Literatura	41

Poglavlje 1

Akceleratori

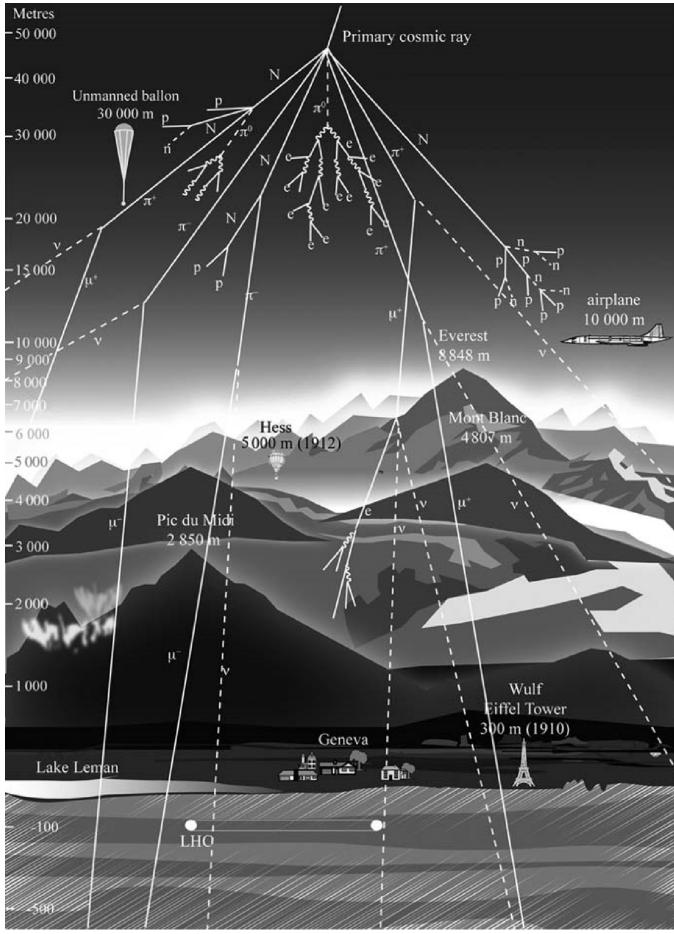
U ovom poglavlju objasniti ćemo kako akceleratori rade i zašto su važni za izučavanje fizike elementarnih čestica. Fizika elementarnih čestica je nauka koja nam zapravo odgovara na osnovna pitanja o univerzumu. Koristeći akceleratore čestica kao primarni alat, fizičari čestica su došli do fundamentalnih otkrića o česticama i zakonima fizike koji upravljaju materijom, energijom, prostorom i vremenom. Na subatomskom levelu, mi smo građeni od malih čestica sa ogromnim praznim prostorom između. *"Što je još fascinantnije, imamo različite vrste čestica i beskonačno velik broj identičnih kopija tih čestica. Nisu samo "poprilično slične", nemamo stariji ili mlađi proton, veći ili manji. Čestice nemaju svoj identifikacioni broj, ako ste vidjeli jedan proton, vidjeli ste ih sve."*^[1] Želimo da znamo kako proizvesti te čestice i kako one interaguju jedna s drugom. Kako ispitivati njihove osobine? Osobine čestica ne bismo uspjeli saznati bez akceleratora. Sve eksperimentalne informacije, nama poznate danas, došle su iz jednog od tri izvora:

1. Sudari i raspršenja - jednu česticu ispaljujemo prema drugoj i mjerimo različite veličine poput ugla raspršenja, momenta čestice itd.
2. Raspadi čestica - jedna čestica se raspada na svoje ostatke
3. Vezana stanja - dvije ili više čestica su vezane jedna za drugu

Što se tiče izvora samih čestica, imamo čestice iz prirodnih izvora zračenja, nuklearnih reaktora i akceleratora čestica.

Postoji mnogo različitih izvora prirodnog zračenja kao npr. radioaktivni izotop koji se nalazi svuda oko nas i u nama, ali jedan od nama najbitnijih su kosmički zraci. Od primarnih nanelektrisanih čestica u kosmičkim zracima su $\approx 90\%$ protoni, $\approx 9\%$ jezgra helijuma i $\approx 1\%$ su elektroni. Pod terminom "kosmički zraci" uglavnom podrazumijevamo čestice sa primarnom energijom većom od 1 GeV. Kada jedna takva visoko-energetska čestica dospije do Zemljine atmosfere, ona se sudara sa prisutnim česticama time stvarajući velik broj sekundarnih čestica poput protona, neutrona i piona. Ovaj proces je ilustrovan na slici 1.1.

Sekundarni protoni i neutroni koji su nastali ponovo će interagovati i stvarati druge čestice manje energije itd. Eventualno, energija čestica će biti toliko mala da će čestice se zaustavljati uslijed ionizacije sa molekulama vazduha. Veoma rijetko ti protoni i neutroni dospiju do površine Zemlje. Nanelektrisani pioni imaju vrijeme života $2,6 \cdot 10^{-8} s$, a dužina slobodnog puta je nekoliko kilometara. Zaključujemo da će se većina piona prije raspasti, nego što će izvršiti interakciju s drugom česticom. Tako da u atmosferi možemo registrovati slijedeće reakcije:



Slika 1.1: Interakcija visoko-energetskih kosmičkih zraka u gornjim slojevima atmosfere Zemlje i produkcija sekundarnih čestica

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$$

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$$

Neutrino je čestica koju je vrlo teško detektovati, jer prolaze kroz materiju vrlo neometano, ne ioniziraju atome sredine, te imaju vrlo malu masu i električki su neutralni.

"U blizini Zemljine površine, oko 65 milijardi ($6,5 \cdot 10^{10}$) solarnih neutrona u sekundi prođu kroz svaki centimetar kvadratni okomit na pravac Sunca." [2]

Muon ima električki naboj i time ga je lakše detektovati, ali muon ne interaguje jakom nuklearnom silom tako da će vrlo teško učestvovati u nuklearnoj reakciji. Na putu od gornjih slojeva atmosfere do površine Zemlje će izgubiti otprilike 2 GeV. S druge strane, većina muona ima energiju veću od 2 GeV tako da će dosjeti do površine Zemlje prije nego što se raspadnu.

"Zahvaljujući kosmičkim zracima, svugdje na Zemljinoj površini postoji konstantan fluks muona. Intenzitet ovog fluksa je reda $\frac{1}{cm^2 min}$." [3]

Vrijeme života muona iznosi $2,2 \cdot 10^{-6} s$, a zatim se raspada na elektron i dva neutrina. Zavisno od nanelektrisanja muona imamo dvije moguće reakcije:

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$$

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$$

Pri interakciji kosmičkih zraka i atmosfere, takođe se proizvode i neutralni pioni, čije je vrijeme života $8,4 \cdot 10^{-17} s$, a pri raspadu stvaraju dvije gamma zrake. To vrijeme je toliko kratko da pion može preći tek mikroskopsku udaljenost prije raspada. Gamma zraci sa dovoljno energije mogu stvoriti lavinu sekundarnih čestica. U ovom slučaju to su elektroni, pozitroni i sekundarni gamma zraci. Gamma zraci stvaraju par elektron-pozitron od kojih, putem zakočnog zračenja nastaju nove gamma zrake. Ukoliko je energija gamma zraka dovoljno velika, broj čestica u lavini će rasti eksponencijalno, ali imajmo u vidu da se energija tih čestica svakim korakom sve više smanjuje i sve manje gamma zraka ima dovoljno energije da proizvede par elektron-pozitron. S vremenom, svi elektroni, pozitroni i gamma zraci su ili apsorbovani ili zaustavljeni. U pomenutom slučaju možemo registrovati čestice veoma male energije, do nekoliko MeV.

Nakon ove priče, možemo uvidjeti dvije vrlo očite prednosti prirodnog izvora zračenja: besplatno je i čestice mogu imati vrlo veliku energiju. S druge strane, imamo dva ogromna nedostatka: ne možemo ga kontrolisati i snopovi su vrlo niskog intenziteta tj. broj čestica koji bi stizao do detektora razumljivih dimenzija je vrlo nizak.

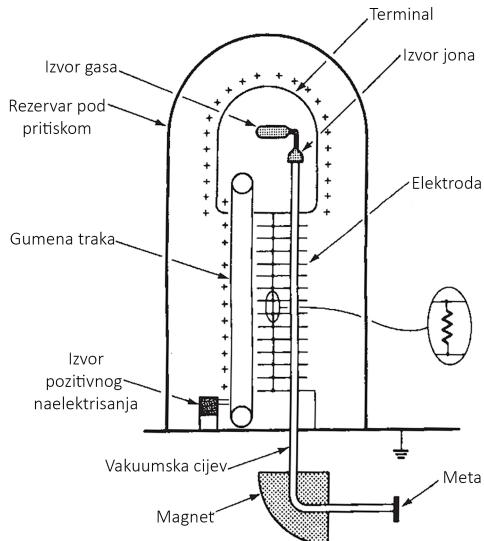
Da bi otkrili nove čestice i da bi mogli raditi eksperimente na višim energijama, koristimo se akceleratorima čestica. Detaljnije, akceleratori čestica su mašine koje saopštavaju energiju snopovima čestica, time ih ubrzavajući uz pomoć električnog polja i usmjeravajući ih uz pomoć magnetnog polja. Stvaraju snopove čestica koji dostižu energije čak i do nekoliko TeV, intenziteta i do 10^{17} čestica/sekundi koji mogu biti koncentrisani na metu površine nekoliko mm^2 i manje. Što se tiče osnovne podjele, ona zavisi od oblika putanje čestica, tako da imamo linearne akceleratore (linaci) i kružne akceleratore (ciklotrone, sinhrociklotrone, sinhrotrone itd.). Međutim, danas imamo i kompleksne akceleratore kao što je CERN (Europska organizacija za nuklearna istraživanja; Ženeva, Švicarska) koji koriste više vrsta akceleratora sukcesivno poredanih u cilju dobijanja što veće energije.

1.1 Elektrostatički generator

Najjednostavniji način za ubrzavanje čestice jeste korištenjem elektrostatičke razlike potencijala. Čestica nanelektrisanja Z=1 koja pređe potencijalnu razliku od X volti, dobije kinetičku energiju od X eV. Kao što sama riječ kaže, elektrostatički generatori su mašine koje proizvode statički elektricitet.

Postoji više metoda generisanja visoke potencijalne razlike u cilju akceleracije čestica, a jednu od njih koristi **Van de Graaff generator**. Izumio ga je Robert J. Van de Graaff 1929. godine i njegovi osnovni elementi su prikazani na slici 1.2.

Izolatorska kružna traka (većinom napravljena od gume) se kontinualno kreće uz pomoć motora oko dva kotura različitog materijala (zavisno koju vrstu elektriciteta želimo ubrzati). Donji kotur je na zemljanom potencijalu, dok se oko gornjeg nalazi elektroda u obliku šuplje metalne sfere. Na nivou donjeg kotura, nalazi se izvor pozitivnog nanelektrisanja koje prelazi preko metalnog češlja sa čijih špiceva dolaze na vanjsku površinu gumene trake. Traka transportuje nanelektrisanje do gornjeg kotura koji je takođe pozitivno nanelektrisan. Taj kotur stvara jako električno polje koje može ionizovati molekule zraka. Elektroni se privlače na traku, a pozitivni joni odbijaju na gornji terminal koji je takođe u obliku metalnih šiljaka. Terminal je spojen na šuplju elektrodu, čime oboje dobijaju višak pozitivnog nanelektrisanja. Prema Gaussovom zakonu, višak pozitivnog nanelektrisanja se akumulira na vanjskoj površini metalne sfere. Kako se gumena traka pomjera, to površina sfere nosi sve više pozitivnog nanelektrisanja. Proizvedeno nanelektrisanje se potom ubrzava u vakuumskoj cijevi, koje se

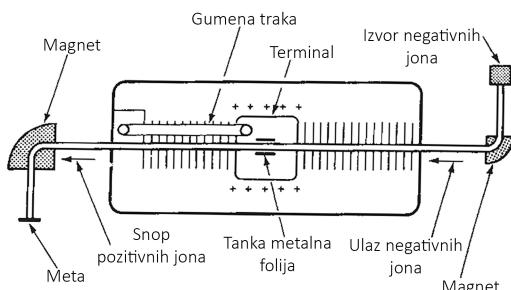


Slika 1.2: Šema Van de Graaff elektrostatičkog generatora

uz pomoć elektroda zatim ubrzava prema meti, a uz pomoć deflecting magneta usmjerava pravac snopa.

Ukoliko se čitav sistem nalazi u zraku, dostupan nam je napon do nekoliko MV prije nego što se nanelektrisana sfera isprazni kroz zrak. Međutim, ako se sistem nalazi u rezervoaru pod pritiskom koji je ispunjen inertnim gasom (N_2 , CO_2 , SF_6 ...) možemo postići napon i do 20 MV.

Duplo veći napon možemo dobiti upotrebom **tandem mašine** skicirane na slici 1.3.



Slika 1.3: Tandem Van de Graaff mašina

Uvjeto pozitivnog izvora jona, sada imamo izvor negativnih jona npr. H^- koji je ubrzan do terminala koji se nalazi u sredini rezervoara pod pritiskom. Tu mu se oduzimaju njegova 2 elektrona prolaskom kroz tanku metalnu foliju i sada se pozitivni joni ubrzavaju ponovo od terminala. Snopu se dva puta saopštava ubrzanje istom potencijalnom razlikom i vidimo zašto je energija duplo veća. Ipak, i danas sa svom tehnologijom, maksimalna dostupna energija sa ovim akceleratorom za protone iznosi 30-40 MeV, tako da se više ne koriste za istraživanja elementarnih čestica, mada su vrlo popularni u naučnim muzejima i učionicama kao zanimljiva demonstracija statičkog elektriciteta.

1.2 Linearni akcelerator (Linac)

Linac radi na principu korištenja iste potencijalne razlike, ali više puta zaredom tako da energija čestice nije ograničena maksimalnim akceleravajućim naponom. Prvi put konstruisan od strane Rolf Wideroa 1928. godine nije davao dovoljno velike energije, jer tadašnja tehnologija nije mogla proizvesti dovoljno jaka elektromagnetna polja. Međutim, danas linearni akceleratori mogu biti dosta kraći i snažiji su nego što su bili 30-ih godina.

Linac je građen od serije sukcesivno poredanih, šupljih, metalnih, cilindričnih elektroda sa otvorenim krajevima koje su naizmjenično povezane na oscilirajući električni potencijal. Podrazumijeva se da su elektrode vakuumirane, da bi se izbjegao gubitak energije uslijed ionizacije sa česticama sredine. Sa jedne strane se nalazi izvor čestica koji injektuje snop duž ose elektroda. Polaritet elektroda se mijenja naizmjenično. Dok se čestica nalazi u sredini elektrode, električno polje elektroda mijenja znak. Ubrzavanje čestica se vrši na taj način da svaki put kada čestica napušta elektrodu osjeti ubrzavajuće električno polje. Dužina metalne cijevi zavisi od frekvencije generatora, njegove snage, kao i od same čestice koju ubrzavamo. Posmatrajmo česticu nanelektrisanja e , koja u šupljini između dvije elektrode osjeti maksimum električnog polja. Dužina L naredne elektrode se bira tako da čestica mora stići do sljedeće šupljine na vrijeme kada se znak polja promjeni. Nakon jedne elektrode čestica ima energiju eV_0 , nakon dvije $2eV_0$ itd. Stoga dužina metalne cijevi, odnosno elektrode je $L = \frac{1}{2}vT$, gdje je T period oscilirajućeg polja i kako se povećava brzina čestice, to i elektrode moraju biti duže.

1.2.1 Optika snopa

Jedno od pitanja koje se postavlja je kako snop ostane dobro kolinisan duž cijevi koja je duga nekoliko kilometara. Ubrzavajući nanelektrisane čestice, one se kreću u različitim pravcima, dok je nama potrebno da snop bude usmjeren prema meti vrlo male površine. Samim time je veća vjerovatnoća da se desi sudar. Naravno nanelektrisanim česticama možemo manipulisati i pri tome koristimo električno i magnetno polje.

Magnetskim dipolima možemo postići skretanje monoenergetskog snopa čestica ili odati čestica istog impulsa. *Lorentz-ov zakon* koji kaže da sila \mathbf{F} vršena nad česticom nanelektrisanja q i brzine \mathbf{v} u električnom polju \mathbf{E} i magnetnom polju \mathbf{B} iznosi

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{B}) \quad (1.1)$$

i može dati poluprečnik zakrivljenosti trajektorije ρ . Ta sila je okomita na pravac trajektorije. Da bismo dobili normalnu komponentu sile, koristimo Newton-ov zakon $\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}$ i jednačinu $d\mathbf{p} = m\gamma\mathbf{v}$ koje nam daju

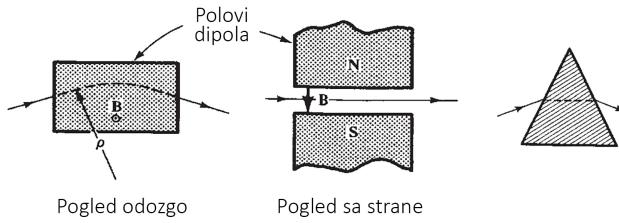
$$F_n = \frac{pv}{\rho} \quad (1.2)$$

Koristeći (1.1) i (1.2), poluprečnik zakrivljenosti je dat relacijom:

$$\rho = \frac{pc}{|q|\mathbf{B}} \quad (1.3)$$

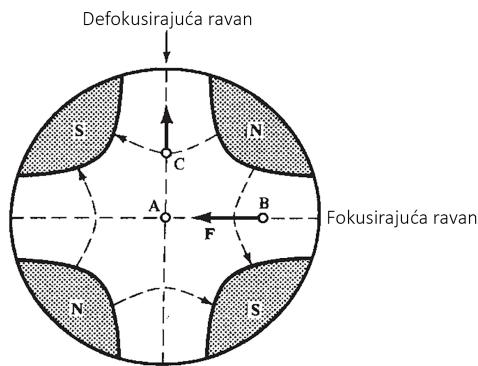
Djelovanje ovakvog magnetnog dipola na trajektoriju čestice možemo vidjeti na slici 1.4.

Primjetimo da ovakav magnetski dipol savija trajektoriju čestice samo u jednoj ravni. Da bismo postigli uspješno fokusiranje snopa u obje ravni, 1950. godine Christofilos i neovisno od njega, 1952. godine Courant, Livingston i Snyder su došli do rješenja: **kvadripolni**



Slika 1.4: Pravougaoni magnetni dipol. Na desnoj strani strani je prikazana optička analoga: prizma.

magneti. Kvadripolni magneti imaju četiri magneta, naizmjenično sjevernog i južnog pola. Poprečni presjek takvog magneta skiciran je na slici 1.5.



Slika 1.5: Poprečni presjek kvadripolnog magneta

Prikazane su i linije magnetnog polja koje ima nultu vrijednost u centru, dok se intenzitet povećava sa udaljenosti od centra. Posmatrajmo tri pozitivno nanelektrisane čestice koje prolaze kroz ovakav magnet na mjestima naznačenim tačkama A,B i C. Čestica koja prolazi kroz tačku A neće biti skrenuta. Međutim, čestica koja prolazi na mjestu B biti će skrenuta prema centru, dok čestica C biti će skrenuta od centra. Takav magnet se ponaša kao optičko sočivo za snop čestica i ima fokusirajući efekat u jednoj ravni, a defokusirajući efekat u drugoj. Kombinacijom dva sucesivna kvadripolna magneta, gdje je drugi rotiran za 90° u odnosu na prvi, postižemo fokusiranje snopa u obje ravni. "Sisteme kvadripolnih magneta nazivamo 'jako-fokusirajući' i oni su od ključnog značaja za moderne akceleratore čestica, jer uz njihovu pomoć možemo prenositi snop čestica dužinom od nekoliko km sa vrlo malim gubiticima intenziteta." [4]

Sada ćemo razmotriti linearni akcelerator sa prethodno opisanim osobinama. Bilo kakav elektromagnetni talas u šupljinama treba zadovoljavati Maxwell-ove jednačine u vakuumu sa graničnim uslovom koji kaže da na površini šupljine, paralelna komponenta električnog polja iščezava. Opšte rješenje Maxwell-ovih jednačina je preopširno, pa ćemo uzeti u obzir samo onaj dio koji nam je potreban u svrhu akceleracije čestica. Iz tog razloga, posmatrajmo rezonantnu šupljinu u obliku cilindra dužine L i poluprečnika R_0 . Zbog cilindrične geometrije koristimo cilindrične koordinate i Maxwell-ove jednačine su slijedeće:

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$$

$$\begin{aligned}\nabla \times \mathbf{H} - \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} &= \mathbf{J} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} &= 0\end{aligned}$$

Koristeći pravila vektorskih proizvoda, električno polje treba zadovoljavati slijedeću diferencijalnu jednačinu

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0; c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \quad (1.4)$$

Cilj je pronaći rješenja jednačine (1.4) koja zadovoljavaju slijedeće uslove:

- (1) Stacionarna rješenja (stojeće talase) tj. rješenja gdje se električno polje može pisati kao proizvod prostorne i vremenske funkcije

$$\mathbf{E}(z, r, \theta, t) = \mathbf{f}(z, r, \theta) \times \mathbf{g}(t)$$

- (2) Rješenja gdje električno polje nema longitudinalnu ili azimutalnu varijaciju
- (3) Rješenja koja zadovoljavaju granični uslov da komponenta električnog polja paralelna zidu šupljine iščezava.

Iz ovih uslova slijedi da električno polje ima samo komponentu u z-pravcu različitu od nule i da funkcija $f(z, r, \theta)$ zavisi samo od r . Koristeći uslov (1), diferencijalna jednačina može se pisati kao suma dva člana, jedan koji zavisi od r i drugog koji zavisi od t .

$$\frac{\nabla^2 f(r)}{f(r)} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 g}{\partial t^2}$$

Ova jednačina može biti zadovoljena samo ako su oba člana jednakia do na istu konstantu. Ta konstanta mora biti negativna da bi zadovoljavala stacionarni uslov i pišemo je kao $-k^2$. Koristići Laplace-ov operator u cilindričnim koordinatama, dobijamo slijedeće dvije jednačine

$$\begin{aligned}\nabla^2 f(r, \theta, z) &= \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \\ \begin{cases} \frac{\partial^2 g}{\partial t^2} + c^2 k^2 g(t) = 0 \\ \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial r} + k^2 f(r) = 0 \end{cases}\end{aligned}$$

"Rješenje za prvu jednačinu je dato kao: $g(t) = Ae^{i\omega t}$ gdje je $\omega = kc$. Druga jednačina je jednačina Bessel-ovog tipa sa $\alpha = 0$ i rješenje je linearna kombinacija Bessel-ovih funkcija nultog reda $J_0(kr)$ i $Y_0(kr)$. Član Y_0 je eliminiran zahtjevom da električno polje mora imati konačnu vrijednost na osi." [3] Rješenje za električno polje koje zadovoljava diferencijalnu jednačinu i navedena tri uslova stoga postoji i dato je kao

$$\begin{cases} E_{zn}(r, t) = E_{0n} J_0(k_n r) e^{i\omega t} \\ E_r = 0 \\ E_\theta = 0 \end{cases}$$

"Konstanta k nije slobodni parametar, nego je ograničena zahtjevom da električno polje mora iščezavati na površini cilindričnog ogrtača tj $J_0(kR_0) = 0$. Postoji po jedna moguća vrijednost k za svaku nulu Bessel-ove funkcije i ona je indicirana indeksom n . Ako se prva nula Bessel-ove funkcije poklapa sa zidovima cilindra, zadržavamo uslov $k_1 \times R_0 = 2.405$."
^[3] Ostale vrijednosti k_n su date preko

$$k_2 \times R_0 = 5.520$$

$$k_3 \times R_0 = 8.654$$

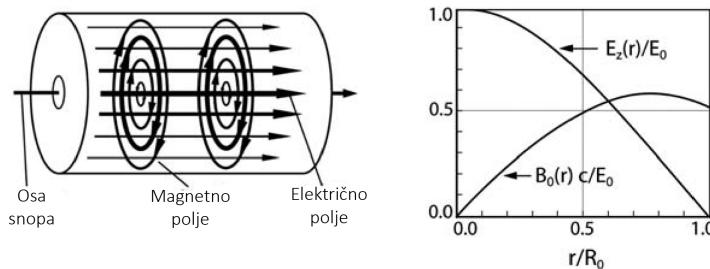
$$k_4 \times R_0 = 11.792$$

itd.

Magnetno polje B prati slične jednačine kao i električno polje, a rješenje za ovu jednačinu možemo dobiti iz četvrte Maxwell-ove jednačine koja nam daje magnetno polje u slijedećem obliku:

$$\begin{cases} B_z = 0 \\ B_r = 0 \\ B_{\theta n} = \left(-\frac{i}{c}\right) E_{0n} J_1(k_n r) e^{i\omega t} \end{cases}$$

Ovime zaključujemo rješenje problema. Oblik odgovarajućeg električnog i magnetnog polja je ilustrovan na slici 1.6.



Slika 1.6: Geometrija električnog i magnetnog polja za stojeći talas TM_{010} moda u cilindričnoj šupljini. Ovisnost električnog i magnetnog polja o radilju r za stojeći talas TM_{010} moda.

Ovaj mod oscilacije poznat je kao TM_{010} mod, gdje se TM odnosi na 'transverzalni magnetni'. Naravno, podrazumijeva se da su stvarna polja zapravo realna polja tj. realni dijelovi polja izraza iznad. Za TM_{010} mod, frekvencija oscilacija je

$$f = 2.405 \frac{c}{2\pi R_0}$$

gdje je R_0 poluprečnik cilindra i c brzina svjetlosti. Vidimo da ova jednačina ne zavisi od dužine cilindra, međutim, ako se ova RF (radio frekvencija) šupljina koristi u svrhe ubrzavanja čestice, dužina je određena uslovom da čestica mora osjetiti ubrzavajuće polje unutar

šupljine. Vrijeme koje čestica provede u šupljini mora biti $\leq \frac{1}{2}$ perioda oscilacije. Stoga, za česticu brzine v imamo:

$$L \leq \frac{v}{2f} = \frac{\pi R_0}{2.405} \frac{v}{c}$$

Najjednostavnija geometrija linearног akceleratora se stoga sastoji od serije poravnatih RF šupljina i ukoliko svaka šupljina ima maksimalnu dozvoljenu dužinu, fazna razlika između dvije sukcesivne šupljine mora biti jednaka π . U ubrzavajućoj strukturi moramo stvoriti stojeći talas sa faznom razlikom π između bilo koje dvije sukcesivne šupljine.

Vrijedan spomena jeste "world's most straight object" (eng. svjetski najravniji predmet) tj. SLAC (Stanford Linear Accelerating Center), najduži linearni akcelerator elektrona koji je postojao i dao nam niz veoma bitnih naučnih otkrića. Naučnici koji su radili na SLAC-u su donijeli 3 Nobelove nagrade:

1. 1976. godine: Otkriće šarm kvarka,
2. 1990. godine: Kvark struktura unutar protona i neutrona i
3. 1995. godine: Otkriće τ leptona.

Njegove osnovne osobine su navedene u tabeli 1.1. Tunel dug 3.1 km koji se nalazi blizu San Francisca, California, proizvodio je elektrone energije do 50 GeV. Tunel je 9 m ispod zemlje, a danas je taj tunel podijeljen na dijelove, različite superprovodne linac-e i lasere slobodnih elektrona, gdje se svaki bavi izučavanjem različitih problema; od različitih grana fizike: elementarnih čestica, čvrstog stanja, fizike astročestica i kozmologije, do hemije, biologije i medicine.

Dužina	3100 m
Vanjski prečnik talasnog vodiča	10.5 cm
Unutrašnji prečnik	1.9 cm
Broj ubrzavajućih šupljina	960
Radna frekvencija	2.856 GHz
Srednja struja snopa elektrona	30 μ A
Maksimalna energija	50 GeV

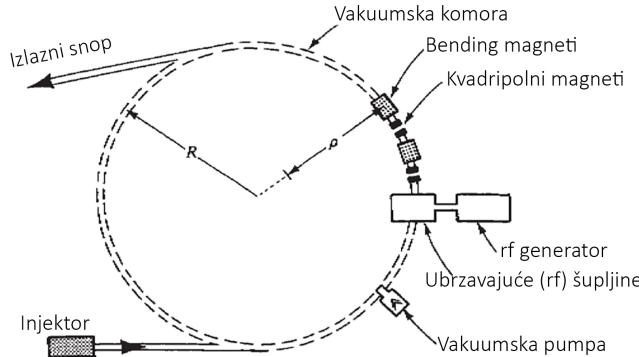
Tablica 1.1: Osnovne osobine SLAC linearног akceleratora

2017. godine dužinom ga je prestigao europski XFEL (European X-ray Free-Electron Laser Facility) sa tunelom dužine od 3,4 km. Nalazi se u Njemačkoj, tačnije počinje u Hamburg-u, a izlazi u Schenefeld-u gdje su sve laboratorije i eksperimentalne stanice.

1.3 Sinhrotroni

Sa linac-om možemo dobiti čestice proizvoljnih energija, ali su fizičari dosta ograničeni. "Ako Stanford-ov akcelerator dug 3.1 km, proizvodi elektrone od 50 GeV, da bismo dobili elektrone energije 1 TeV, taj podzemni tunel, sa istom tehnologijom, bi morao biti dug 60 km. Troškovi za konstrukciju i rad su ogromni." [4] Više smisla ima da se skupina čestica kreće po jednoj te istoj kružnoj putanji više puta. Postoji više vrsta kružnih akceleratora, zavisno od principa rada (ciklotron, sinhro-ciklotron, izohron ciklotron), ali danas najveću energiju, samim tim i najveći doprinos fizici elementarnih čestica ima **sinhrotron**.

Idea o sinhrotronu je predložena od dva naučnika koji su radili nezavisno jedan od drugog, McMillan i Veksler 1945. godine. Osnovni elementi sinhrotrona su skicirani na slici 1.7.



Slika 1.7: Osnovni elementi sinhrotrona

Kroz cijev se kreću čestice koje imaju fiksnu trajektoriju. Za to su zaduženi magneti, kao i kvadripolni sistemi koji obavljaju kolinisanje snopa. Čestice bivaju ubrzane u RF šupljinama kružnom frekvencijom ω . Čestice moraju imati minimalnu početnu energiju prije nego što se ubace u sinhrotron. Zbog toga imamo injektor koji šalje čestice početne energije E_i u prsten. Uglavnom se za to početno ubrzavanje koriste linaci i/ili manji sinhrotroni. Prilikom ubacivanja čestica, vrijednost polja u bending magnetima kreće od niže vrijednosti, a zatim se postepeno povećava do maksimalne vrijednosti koju može dostići.

Posmatrajmo trenutak odmah poslije ubacivanja skupine čestica energije E_i i momenta p_i koji su povezani relacijom

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$$

Ukoliko snaga u RF šupljinama još nije uključena, čestice će se kretati po prstenu brzinom v , a period T , tj. vrijeme jednog obrtaja je ¹

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi R E_i}{p_i c^2} \quad (1.5)$$

kružna frekvencija, Ω , je

$$\Omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{p_i c^2}{R E_i} \quad (1.6)$$

dok magnetno polje potrebno da ih održava na putanji slijedi iz jednačine (1.3) kao:

$$B = \frac{p_i c}{|q| \rho}$$

Situacija se mijenja kada uključimo RF snagu, tj. radio frekvencija ω , mora biti cjelobrojni umnožak od Ω , da bi cirkulirajućim česticama uvijek davao podsticaj i ubrzavao ih u pravom trenutku. Ako pogledamo jednačinu (1.6), vidimo da se primjenjena RF mora povećavati sa rastom energije sve do trenutka kada čestice postaju relativističke i $pc = E$. Slijedi da se i magnetno polje takođe mora povećavati prema:

¹Koristimo Lorentzove transformacije i jednačinu $\beta = \frac{v}{c} = \frac{pc}{E}$

$$\omega = k\Omega = \frac{kc}{R} \frac{pc}{E} \rightarrow \frac{kc}{R}; B = \frac{pc}{|q|\rho} \quad (1.7)$$

gdje je k - cijeli broj.

Kada su ova dva uslova zadovoljena, tada čestice mogu biti na zadovoljavajući način ubrzane unutar sinhrotrona. Da rezimiramo proceduru: skupina čestica početne energije E_i je injektovana u prsten u trenutku $t = 0$. Radio frevencija šupljina, samim tim i magnetno polje rastu od početnih vrijednosti ω_i i B_i do konačnih vrijednosti ω_f i B_f , gdje uvijek mora vrijediti (1.7). Tokom ovog procesa, energija skupine čestica se povećava od početne vrijednosti E_i do konačne vrijednosti E_f . Vrijeme potrebno za ovakav porast energije zavisi od mnogo faktora: veličine mašine, broja RF šupljina i bending magneta, kao i snage njihovih magnetskih polja. Glavne osobine jednog ovakvog sinhrotrona (SPS - Super Proton Sinhrotron na CERN-u u Švicarskoj) su prikazane na tabeli 1.2 na kojoj vidimo da ukupno vrijeme ovog procesa iznosi svega 12 s. Unutrašnjost ovog podzemnog tunela vidimo na slici 1.8. Plavi blokovi predstavljaju kvadripole, a crveni blokovi su bending magneti.

Prečnik prstena	2.2 km
Vrijeme revolucije	$23 \mu\text{s}$
Maksimalna energija protona	450 GeV
Broj bending magneta	744
Broj kvadriplnih magneta	316
RF šupljine	4 po 20 m, f=199.4 do 200.2 MHz
Ubrzanje	3 MeV/krugu
Period jednog procesa	12 s

Tablica 1.2: Osnovni parametri SPS akceleratora



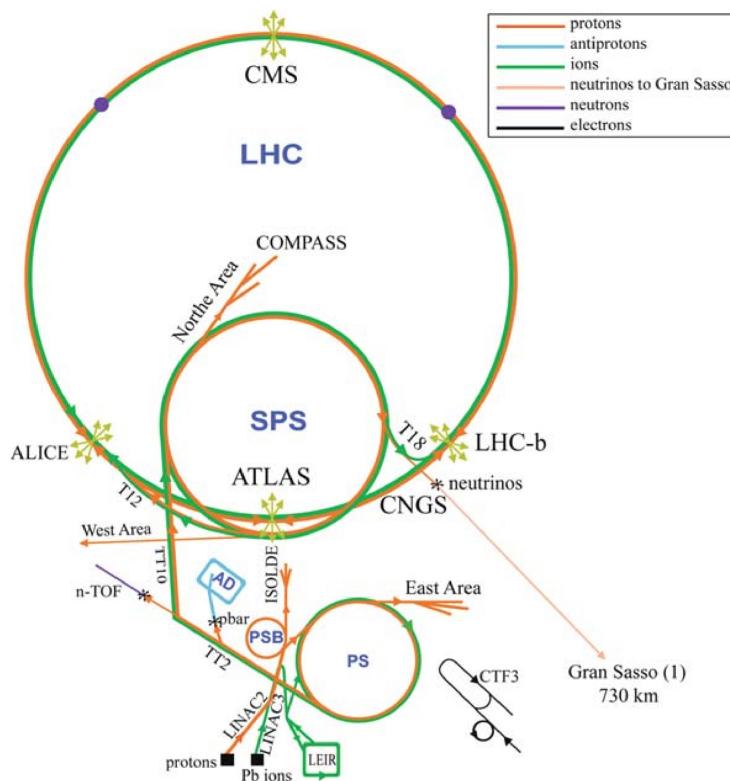
Slika 1.8: Unutrašnjost tunela kroz koji prolazi Super Proton Sinhrotron (SPS) u CERN-u.

Protonski sinhrotroni su akceleratori čestica koji dostižu najveće energije čestica. Kao ilustraciju navodimo najsnažniji sinhrotron i sudarač čestica današnjice: LHC (eng. Large

Hadron Collider) koji je započeo s radom 2009. godine. On je, kao i SPS, jedan od akceleratora iz ogromnog kompleksa CERN-a. Njegovi parametri su navedeni u tabeli 1.3. Čitav kompleks CERN-a možemo vidjeti na slici 1.9.

Početak rada	2009
Obim	26659 m
Maksimalna energija snopa	7 TeV
Luminoznost	$10^{34} \text{ cm}^{-2} \text{s}^{-1}$
Broj bending magneta po prstenu	1232
Maksimum magnetnog polja u bending magnetima	8.3 T
Dužina bending magneta	14.3 m
Broj kvadripolnih magneta	482(2u1)+24(1u1)
Vrijeme između sudara	24.95 ns
Dužina skupine čestica	7.55 cm
Poluprečnik skupine čestica	16.6 μm
Broj čestica po skupini	$1.15 \cdot 10^{11}$
Broj skupina po prstenu	2808

Tablica 1.3: Osnovni parametri LHC akceleratora i sudarača



Slika 1.9: CERN-ov kompleks akceleratora koji proizvodi protone do 7 TeV, kao i veliku raznolikost snopova drugih čestica.

Sinhrotroni, zapravo uopšteno kružni akceleratori, mogu ubrzavati i protone i elektrone. Međutim, postoji velika razlika između ta dva procesa koja se izražava u vidu efekta koji nazivamo *sinhrotrona radijacija*. Veoma je izražen kod ubrzavanja elektrona po kružnoj putanji jer uzrokuje jako smanjenje intenziteta snopa. Bilo koja nanelektrisana čestica koja je ubrzana, emituje elektromagnetno zračenje. Ukoliko čestica putuje po kružnoj putanji uslijed uticaja magnetnog polja, ona biva ubrzana okomito na svoj pravac kretanja i čestica će emitovati elektromagnetno zračenje. Čestica nanelektrisanja e koja se kreće brzinom $v = \beta c$ po krugu poluprečnika R emituje snagu datu izrazom:

$$P = \frac{2e^2 c}{3R^2} \frac{\beta^4}{(1 - \beta^2)^2} \quad (1.8)$$

S obzirom na to da brzina relativističke čestice ima vrijednosti blizu c , preko izraza $\beta = \frac{v}{c}$ zaključujemo da $\beta \approx 1$. Koristeći jednačinu

$$\gamma = \frac{1}{(1 - \beta^2)^{\frac{1}{2}}}$$

relacija (1.8) postaje

$$P \approx \frac{2e^2 c}{3R^2} \gamma^4 = \frac{2e^2 c}{3R^2} \left(\frac{E}{mc^2}\right)^4$$

Poznavajući period čestice dat izrazom (1.5), energija koju čestica izgubi u jednoj revoluciji je

$$-\delta E = PT \approx \frac{4\pi e^2}{3R} \left(\frac{E}{mc^2}\right)^4 \quad (1.9)$$

Ako posmatramo isti poluprečnik i jednake energije E , odnos gubitaka energija elektrona i protona iznosi

$$\frac{\delta E(e^-)}{\delta E(p)} = \left(\frac{m_p}{m_e}\right)^4 \approx 10^{13}$$

Razlika između ubrzavanja protona i ubrzavanja elektrona je sada očigledna i mora se uzeti u obzir prilikom izgradnje elektronskih sinhrotrona. Primjetimo u relaciji (1.9) da je ovaj efekat proporcionalan $(\frac{E}{mc^2})^4$, stoga je sinhrotrona radijacija uobičajeno zanemariva za sve čestice osim za elektrone i pozitrone. Na sreću, emitovano zračenje omogućava druge vrste naučnih istraživanja iz drugih grana poput fizike čvrstog stanja ili biologije.

Poglavlje 2

Detektori

"U eksperimentalnoj fizici elementarnih čestica, detektori su veoma važni i zapravo, historija napretka ove grane je u velikoj mjeri historija razvoja sve sofisticiranijih detektora. Čak i bez akceleratora, koristeći neutrina i kosmičke zrake, puno se može otkriti izradom većih i boljih detektora." [4]

U ovom poglavlju ćemo razmatrati različite vrste detektora. Rad detektora danas se zasniva na prenosu dijela ili sve energije zračenja na masu detektora. Naelektrisane čestice komuniciraju s atomima sredine putem elektromagnetne sile tj. vrše interakciju, odnosno sudare, sa elektronima atoma pri čemu se dešava eksitacija ili ionizacija atoma. Za neutralne čestice, s druge strane, situacija je drugačija. Neutralno zračenje da bi bilo detektovano mora prethodno izvršiti interakciju kojom se stvaraju naelektrisane čestice, koje ponovo reaguju s atomima detektora eksitacijom ili ionizacijom.

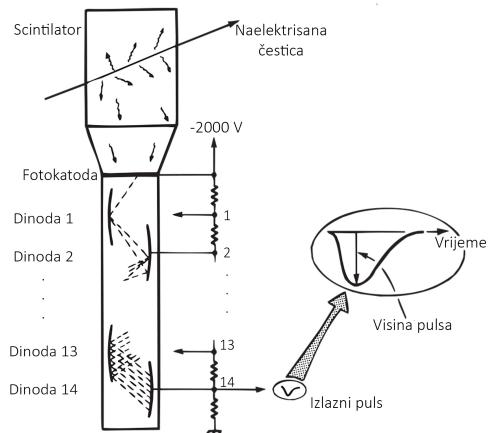
Moderni detektori su po prirodi električni tj. sve informacije se transformišu u električni impuls. Zahvaljujući razvoju elektronike, omogućena je sve brža i preciznija obrada podataka.

2.1 Scintilacioni brojači

Određeni materijali, kada su pogođeni visoko-energetskom česticom, nakon eksitacije ili ionizacije, prilikom povratka u osnovno stanje emituju fotone. Ovaj fenomen nazivamo radioluminiscenciju, ali je poznatiji kao scintilacija. Luminiscentni materijali uslijed apsorbcije energije (u obliku svjetlosti, toplove, zračenja itd.), emituju višak energije u vidu svjetlosti. Većina transparentnih materijala pogođeni visoko-energetskim pozitronima, elektronima ili fotonima proizvodi scintilacije, ali samo materijali sa određenim karakteristikama su dovoljno efikasni i proizvode svjetlosne signale dovoljno jake da bi se ponašali kao scintilatori. Proučavanje scintilacija je jedan od najstarijih tipova detekcije čestica i danas je jedan od glavnih metoda za detekciju zračenja u nuklearnoj fizici i fizici elementarnih čestica.

Scintilatori ne bi bili korisni detektori čestica bez uređaja koji bi njihove svjetlosne signale pretvarali u električne signale. Za ovu svrhu se uobičajeno koriste fotodetektori, odnosno fotomultiplikatori. Struktura scintilatora i fotomultiplikatora je skicirana na slici 2.1.

Fotomultiplikator je zapravo staklena vakuumbska cijev sa fotokatodom koja mora biti načinjena od fotoosjetljivog materijala, nakon koje se nalazi sistem za prikupljanje i povećanje signala elektrona, uglavnom niz dinoda. Na kraju imamo anodu sa koje dobijamo finalni signal. Fotokatoda se uglavnom nalazi na niskom potencijalu, uglavnom -2000 V. Dinode imaju potencijale između -2000 V i 0 V, opadajući postepeno u koracima od 150



Slika 2.1: Scintilacioni brojač. Prilikom prolaska kroz scintilator, čestica proizvodi svjetlost koja putuje do fotomultiplikatora.

V. Fotoni koji udare u fotokatodu, izbacuju elektrone, koji potom bivaju ubrzani do prve dinode. Za svaki primarni elektron koji udari u dinodu, osloboди se 2-5 sekundarnih elektrona, koji bivaju ubrzani do naredne dinode gdje se ponovo stvara još elektrona itd. time stvarajući kaskadu elektrona niz dinode i dobijajući ukupan multiplikativni faktor elektrona i do 10^9 . Naravno, multiplikativni proces će biti efikasan samo ako je oblik dinoda pažljivo odabran u cilju efikasnog skupljanja sekundarnih elektrona. Ukupno tranzitno vrijeme unutar fotomultiplikatora je 10-20 ns, zavisno od veličine cijevi i svrhe detektora. Ovim procesom, od jednog fotona dobijamo koristan električni puls koji mi možemo analizirati. U slučaju kada se fotomultiplikator koristi spojen na scintilacioni brojač, on tada radi u pulsnom načinu rada. Ukoliko predpostavimo da je luminiscencija emitovane svjetlosti L proporcionalna deponovanoj energiji čestice E, tada će visina električnog pulsa biti jednak u ukupnoj deponovanoj energiji u scintilatoru.¹ Ova osobina čini scintilatore i dobrim energetskim spektrometrima, mada nije najidealniji detektor za ovu svrhu. Takođe, scintilacioni brojači imaju vrlo kratko vrijeme odziva i mrvlo vrijeme u odnosu na druge detektore. Prvo označava bolju vremensku preciznost tj. vrijeme između dva različita događaja, dok drugo označava kratko vrijeme "oporavka" detektora nakon kojeg može registrirati naredni događaj. Time je pogodan za eksperimente sa visokom stopom događaja.

Osnovna podjela scintilacionih brojača je na osnovu vrste materijala od kojeg su sačinjeni: organski i anorganski scintilatori.

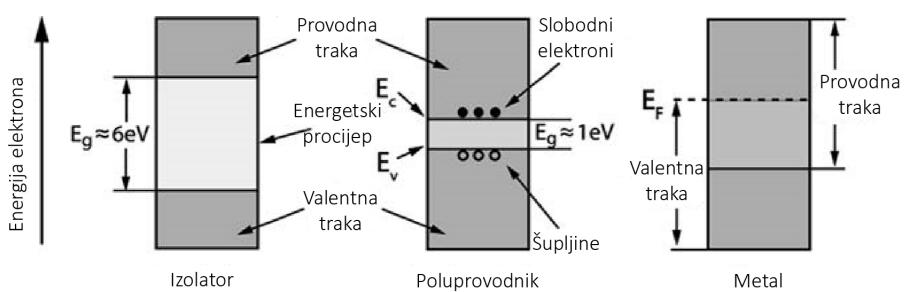
2.2 Poluprovodnički detektori

Poluprovodnički detektori su građeni od kristalnih poluprovodničkih materijala. Jedan od starijih termina, ali i danas u upotrebi je detektori čvrstog stanja. Najčešće su to silikon i germanijum; koji materijal ćemo koristiti za detekciju zavisi od vrste jonizirajućeg zračenja. Princip rada ovih detektora je vrlo sličan starim gasnim ionizacijskim komorama: upadno ionizirajuće zračenje proizvodi parove elektron-šupljina. Primjenom električnog polja, vrši se razdvajanje i sakupljanje pozitivnih i negativnih nosioca nanelektrisanja (pri čemu su elek-

¹Ovaj uslov nije uvijek ispunjen., ali je u većini slučajeva dobra aproksimacija. U realnosti, mjerena scintilatora su kompleksna funkcija ne samo energije, nego i vrste čestice i vrste ionizacije.

troni, naravno, nosioci negativnog, a šupljine nosioci pozitivnog naelektrisanja). Elektroni putuju prema pozitivnoj, a šupljine prema negativnoj površini, stvarajući strujni impuls i time dobijajući energiju upadnog zračenja odnosno upadne čestice. Međutim, poluprovodnički detektori imaju niz prednosti u odnosu na gasne ionizacijske komore; (1) energija potrebna za proizvodnju jednog para elektron-šupljina je 10 puta manja nego kod ionizacije gasa² i (2) gustina poluprovodičkih materijala je dosta veća, te je samim tim veća snaga zaustavljanja čestica i dobiveni signal i energetska rezolucija su stoga kvalitetniji nego kod gasnih detektora.

Uzrok ovome je što se ionizacija ne vrši sa atomskog levela u kontinuum, nego iz valentne trake u konduksijsku (provodnu) traku. Poluprovodnici pokazuju osobine energetskih traka atomskih levela vanjskih ljudskih. Ilustracija valentne, zabranjene i provodne trake se nalazi na slici 2.2. Konfiguracija izolatora i provodnika je skicirana radi usporedbe.



Slika 2.2: Struktura energetskih traka izolatora, poluprovodnika i provodnika. Verikalna osa predstavlja energiju elektrona.

"Energetske trake su zapravo regije diskretnih energetskih levela koje se nalaze toliko blizu jedna drugoj da se mogu posmatrati kao kontinuum, dok je zabranjena traka energetski procijep u kojem se uopšte ne nalaze dostupni energetski leveli."^[5] U valentnoj traci su uglavnom elektroni koji su čvrsto vezani za atom u kristalu, dok elektroni iz provodne trake imaju slobodu da šetaju unutar kristala. Sa slike vidimo da kod izolatora, zabranjeni energetski procijep je veliki, tako da elektroni unutar izolatora ne mogu primiti dovoljno termalne energije da bi preskočili ovaj procijep. Zbog toga, primjenom električnog polja neće doći do stvaranja struje. S druge strane, kod metala (provodnika), energetski procijep je nepostojeci i vrlo je lako elektronima preći iz valentne u provodnu traku gdje će vrlo lako putovati kristalom prilikom primjene električnog polja. Dok kod poluprovodnika, samo par elektrona će biti eksitovano termalnom energijom u provodnu traku, te će primjenom električnog polja biti uočena vrlo mala struja. Međutim, ukoliko je poluprovodnik dosta ohlađen, tada svi elektroni padaju u valentnu traku i provodnost poluprovodnika opada. Zbog toga, većina poluprovodničkih detektora (osim silikona) zahtjeva dodatni sistem za hlađenje.

Čisti kristalni poluprovodnici bez primjesa i defekata se nazivaju intrinsični poluprovodnici i oni sadrže jednak broj elektrona i šupljina. Ukoliko kristal sadrži određenu primjesu, ta ravnoteža je narušena i takve kristale nazivamo ekstrinsični poluprovodnici. Posmatrajmo kristale od npr. Si i Ge koji su četverovalentni atomi kojima kao primjesu dodajemo materijal koji ima jedan elektron više ili manje u posljednjoj atomskoj ljudsci, to znači petovalentne ili troivalentne atome. Ukoliko se radi o petovalentnim atomima primjesi, tada će se

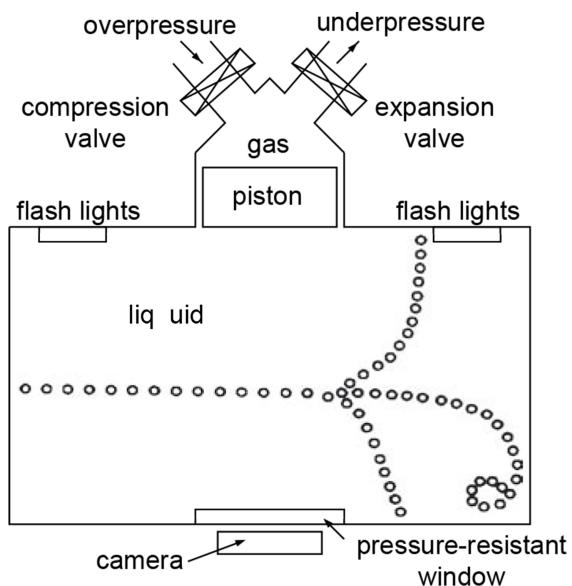
²Npr. energija potrebna za proizvodnju para kod gasnih detektora je $W=42$ eV za He, $W=22$ eV za Xe i $W=34$ eV za zrak dok je $W=2.9$ eV za Ge i $W=3.4$ eV za Si.

u osnovnom stanju unutar kristala svi elektroni nalaziti u valentnoj traci, osim petog elektrona iz atoma primjese koji će stvoriti novi diskretan energetski nivo unutar zabranjenog energetskog procijepa vrlo blizu provodnoj traci (razlika između energetskog nivoa elektrona primjese provodne trake je 0.01 eV kod Ge i 0.05 eV kod Si). Prilikom termalnog pobuđivanja, ovaj elektron će najprije biti eksitovan u provodnu traku i nosioci struje će većinski biti elektroni. Vrsta poluprovodnika gdje su elektroni većinski nosioci nanelektrisanja se nazivaju *n-tip poluprovodnici*. U obrnutom slučaju, kada je primjesa trovalentni materijal, unutar kristala neće svi energetski nivoi valentne trake biti popunjeni tj. postojati će višak šupljina u valentnoj traci. Takođe, trovalentna primjesa stvara dodatni energetski nivo unutar zabranjenog energetskog procijepa, ali sada bliže valentnoj traci. Pobuđeni elektroni će tada vrlo lako biti eksitovani u ovaj dodatni nivo ostavljajući iza sebe višak šupljina. Ovaj tip poluprovodnika, gdje su šupljine većinski nosioci nanelektrisanja su *p-tip poluprovodnika*.

2.3 Bubble komora

Bubble komore pripadaju klasi vizuelnih detektora koji zahtijevaju fotografisanje događaja. Izumio ih je Glaser 1952. godine^[4] i postale su vrlo popularan detektor kojim su se zapravo vidjele trajektorije čestica kroz veće zapremine objašnjavajući njihove karakteristike.

Bubble komora (Slika 2.3) je zapravo sud ispunjen sa tečnosti (H_2 , D_2 , Ne , C_3H_8 , freon, itd.) pod pritiskom i blizu tačke ključanja. Naravno, gasovi moraju biti znatno ohlađeni da bi se nalazili u tečnom stanju. Prije očekivanog događaja, zapremina komore mora biti naglo povećana što se postiže povlačenjem klipa. Ekspanzija zapremine dovodi do smanjenja pritiska, pri čemu temperatura prelazi tačku ključanja. Kada kroz ovakvo superzagrijano tečno stanje prođe nanelektrisana čestica, "ona uzrokuje nasilno ključanje tečnosti i formiranje mjeđurića duž svoje trajektorije." ^[4] Mjeđurići se osvijetle i fotografišu. Mjeđurići rastu sve dok traje i ekspanzija. Osjetljivost bubble komore traje nekoliko ms i nakon toga se vraća u ravnotežno stanje uz pomoć klipa.



Slika 2.3: Konstrukcija bubble komore

Superzagrijano stanje mora biti postignuto prije dolaska upadne čestice što znači da bubble komore možemo koristiti u kombinaciji sa akceleratorima samo kada je poznato vrijeme dolaska čestice da bi ekspanzija zapremine mogla biti izvršena na vrijeme. Unutrašnje stranice suda moraju biti ekstremno glatke kako bi tečnost ključala samo duž trajektorije čestice, a ne i na stranicama suda. "Eksperimenti sa hidrogen bubble komorom mogu biti vrlo opasni zbog moguće formacije eksplozivnog oksihidrogen gasa, ukoliko gas iscuri iz komore. Ukoliko se radi o bubble komorama sa organskim tečnostima, one predstavljaju rizik zbog svoje zapaljivosti. Bubble komore obično rade u jakim magnetnim poljima (nekoliko Tesli)." [6] To nam dozvoljava da izračunamo količinu kretanja čestice sa velikom preciznošću zahvaljujući odličnoj prostornoj rezoluciji bubble komora. Osim toga, za $\frac{p}{m_0 c} = \frac{\beta}{\gamma} \ll 4$ gubitak energije ionizacijom dE/dx može biti aproksimiran kao $\frac{dE}{dx} \propto \frac{1}{\beta^2}$. Dakle ukoliko poznajemo količinu kretanja čestice i njenu brzinu, koju dobijemo iz prethodne relacije, možemo izvršiti identifikaciju čestice.

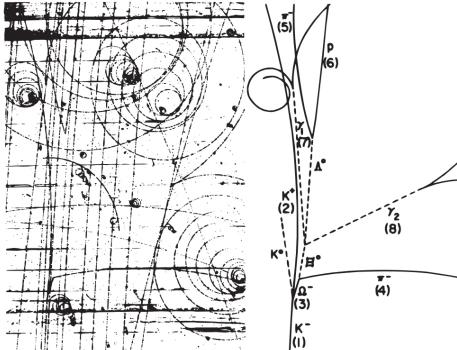
Zavisno od vrste eksperimenta koji želimo istraživati, zavisi nam vrsta "punjenja" komore. Npr. ukoliko je to fotoprodukcija na protonima, koristi se čisto hidrogenско punjenje, ali fotoprodukcija na neutronima se dobija od D_2 punjenja, s obzirom da ne postoji čista neutronска tečnost. Za produkciju piona, koristi se tečnost sa kratkom radijacijskom dužinom, jer pion se ubrzo raspada na dva fotona koji se detektuju u vidu stvaranja elektromagnetskih kiša. Tabela 2.1 navodi nekoliko najbitnijih punjenja bubble komora i njihove karakteristike.

"Punjene" bubble komore	Tačka ključanja T[K]	Pritisak pare [bar]	Gustina [$\frac{g}{cm^3}$]	Radijacijska dužina $X_0 [cm]$	Dužina nuklearne interakcije λ_I [cm]
He	3.2	0.4	0.14	1027	437
H_2	26	4	0.06	1000	887
D_2	30	4.5	0.14	900	403
Ne	36	7.7	1.02	27	89
C_3H_8	333	21	0.43	110	176
CF_3Br	303	18	1.5	11	73

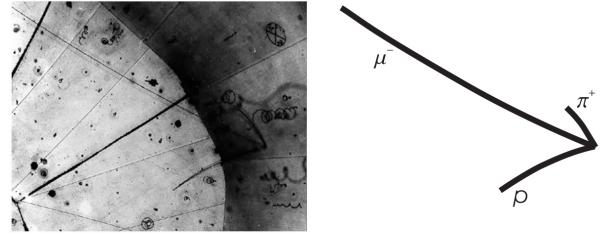
Tablica 2.1: Karakteristike različitih "punjenja" bubble komore

Bubble komore su odlični uređaji za posmatranje rijetkih događaja, ali imaju dosta nedostataka zbog kojih se danas češće koriste detektori sa elektronskim očitavanjem. Jedan od njih smo naveli: bubble komora ne može sama sebe aktivirati, nego mora biti aktivirana (nije samoaktivirajuća). Pored toga, zapremina bubble komore mora biti velika da bi zaustavila proizvedene čestice prilikom sudara sa visoko-energetskim česticama, a sa zapreminom raste i cijena zbog zahtjeva za većim i jačim magnetima da bi zakrivili trajektorije nanelektrisanih čestica. Bubble komore mogu proizvoditi desetine miliona fotografija godišnje, a obrada tih podataka je kompleksna.

Dva primjera nam demonstriraju ljepotu i uzbudljivost sudara u bubble komorama. Prvi je prikazan na slici 2.4 na kojoj se vidi stvaranje i raspad Ω^- čestice. K^- ulazi u bubble komoru sa donje stranje. Jedina čestica sa kojom se kaon može sudariti je jezgro hidrogena, odnosno proton. U sudaru sa protonom, stvaraju se K^0 , K^+ i Ω^- . Ubrzo, Ω^- se raspada na Ξ^0 i π^- itd. Slika 2.5 pokazuje prvu posmatranu interakciju neutrina na hidrogenском bubble komorom. Neutrino ulazi u komoru sa desne strane, te u interakciji sa protonom



Slika 2.4: Slika bubble komore sa tečnim hidrogenom. Fotografija sa lijeve strane i precrte putanje sa desne strane prikazuju produkciju i raspad mnogih čestica.



Slika 2.5: Neutrino interakcija u hidrogenerkoj bubble komori.

nastaju π^+ , μ^- i p .

2.4 Multižičani proporcionalni brojači (MWPC)

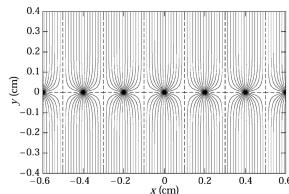
Jedan od osnovnih zahtjeva eksperimentalne fizike elementarnih čestica jeste određivanje trajektorije upadnih čestica. Svi detektori izumljeni do 1970. godine koji su ispunjavali taj zahtjev bili su optičke prirode tj. događaji su morali biti fotografisani poslije čega je slijedila analiza tih fotografija. Takve komore, poput bubble, cloud i spark komore, takođe nisu bile samoaktivirajuće. Trenutak događaja je morao biti tačno poznat. Stoga, Charpak-ov izum multižičanog proporcionalnog brojača 1968. godine^[5] je značio ogroman napredak. "Odlikuju se dobrom vremenskom rezolucijom, veoma dobrom prostornom preciznošću i samoaktivirajuće su. MWPC su pronašle upotrebu ne samo u fizici čestica, nego i u kristalografiji, medicini, astronomiji itd." ^[4]

MWPC je gasna komora u kojoj se ravanski sloj paralelnih anodnih žica nalazi između dvije katodne ravni. "Razmak između anodnih žica je tipično 2 mm, a razmak anoda-katoda otprilike 7-8 mm." ^[5] Geometrija MWPC i njenog električnog polja je prikazana na slikama 2.6 i 2.7. Jonizirajuća čestica prilikom prolaska kroz ovaku komoru proizvodi parove elektron-jon. U prisustvu električnog polja, elektroni i joni će biti ubrzani prema najbližnoj anodi, odnosno, katodi. Njihov put je isprekidan mnogim sudarima sa molekulama gasa, koji ne dozvoljavaju da oni postignu svoju maksimalnu brzinu. Prosječna brzina elektrona i jona se naziva driftnom brzinom i s obzirom na mase, elektroni koji su lakši imaju dosta veće driftne brzine od jona.

Kako se elektron približava anodi, električno polje raste ($E \propto \frac{1}{r}$), što znači da elektron osjeti sve veće ubrzanje. Veoma blizu anodi, $10 \mu\text{m}$, elektron ima dovoljno energije da jonizuje druge atome čime on proizvodi sekundarne elektrone. Potom, oni ponovo vrše ionizaciju itd. Kažemo da primarni elektron proizvodi multiplikaciju nanelektrisanja tj. stvara lavinu elektrona. U ovoj lavini, broj elektrona raste eksponencijalno, a broj parova elektron-jon je direktno proporcionalan broju primarnih elektrona. Lavina elektrona ima oblik kapi tečnosti koja putuje prema anodi i grupiše se ravnomjerno oko nje, dok joni sada polako

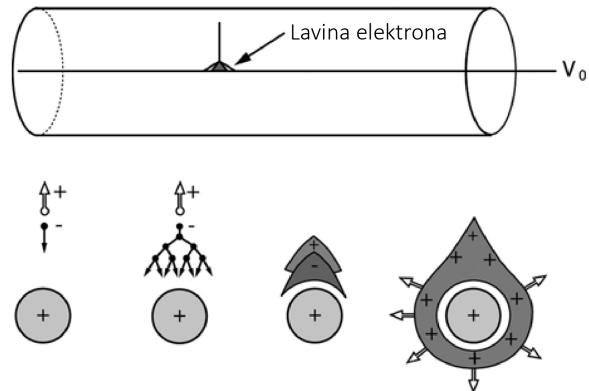


Slika 2.6: Šematski prikaz multižičanog proporcionalnog brojača



Slika 2.7: Električno polje u MWPC

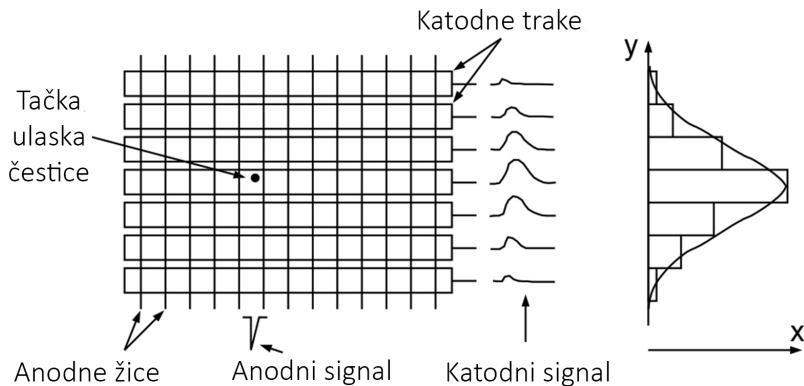
"driftaju" prema katodi i ne mogu steći dovoljno energije da uzrokuju lavinu. Taj proces vidimo na slici 2.8.



Slika 2.8: Razvoj lavine elektrona oko anodne žice u MWPC.

Elektroni se kreću brže, zapravo oni stignu do anode u roku od 1 ns, dok jonima treba nekoliko stotina μs do katode (tačne vrijednosti zavise od dimenzija sistema i gasa u komori).^[3] Elektroni u lavini pređu samo nekoliko desetina μm , tako da je pređena potencijalna razlika vrlo mala i doprinos elektrona izlaznom pulsu je veoma mali; najviše nekoliko procenata. Joni su ti koji pređu većinu potencijalne razlike i predstavljaju najveći dio električnog pulsa. U početku, joni se nalaze u jakom električnom polju i amplituda pulsa je velika. Međutim, kako se odmiču od anode, promjena potencijalne razlike slabi i amplituda pulsa se smanjuje i potpuno nestaje kada joni stignu do katode. Lavina elektrona uzrokuje negativan signal na anodi koju obuhvati, a pozitivan signal na svim ostalima. Svaka anoda je spojena na svoj pojačivač i svoju elektroniku zbog čega se svaka ponaša kao individualni detektor i ne postoji nedoumica kojoj anodi je najbliži jonizirajući događaj. Zahvaljujući ovoj osobini, MWPC nam daje informaciju o poziciji u jednom pravcu tj, dobijamo samo x-koordinatu. Postoji nekoliko metoda ukoliko želimo dobiti i y-koordinatu; npr. koristi se druga MWPC čije anodne žice se nalaze okomito u odnosu na prvu. Međutim, postoji drugi način koji se naziva charge division i sastoji se od spajanja elektronike za iščitavanje na oba kraja anodne žice čime se dobije koordinata duž žice zahvajujući odnosu izlaznih signala sa oba kraja. Konačno, imamo i metodu konstrukcije katoda u obliku traka gdje su trake jedne i druge katodne ravni okomite jedna na drugu (Slika 2.9).

Najbolji izbor gasa za ispunjavanje MWPC jeste plemeniti gas, jer on ima manju granicu potrebnog električnog polja za stvaranje lavine elektrona, čime se ona stvara prije. Jedan od najpristupačnijih jeste argon, međutim ne koristi se čist argon zbog njegove velike energije



Slika 2.9: Ilustracija katodnog iščitavanja signala u MWPC.

eksitacije. Dešava se da eksitovani atomi argona deeksitacijom emituju visoko-energetske fotone koji sami mogu stvarati lavine elektrona i time remetiti rezultate. U argon se dodaju gasovi koji će se ponašati kao ublaživači i apsorbirati te emitovane fotone. Ponekad se koristi smjesa od 90 % argona i 10 % metana (CH_4), poznat kao P10 gas. Kao ublaživač se koristi i izobutan pa se u MWPC često pronalazi smjesa 75 % argona, 24,5 % izbutana ili 0,5 % freona poznat kao "magični gas".^[5]

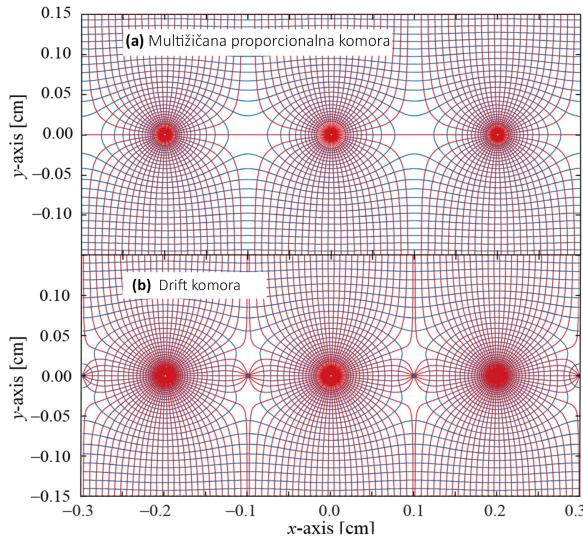
2.5 Drift komore

Ubrzo nakon izuma MWPC, naučnici su početkom 1970-ih otkrili da se još bolja prostorna rezolucija može postići mjerjenjem vremena driftnog kretanja elektrona od tačke jonizirajućeg događaja prema anodi. Komoru koja radi na tom principu, nazivamo drift komora. Prije svega, potreban nam je okidač koji će nam nagovijestiti dolazak upadne čestice i dati nam tačno vrijeme t_0 njenog upada u komoru. Za tu svrhu, koristi se scintilator na ulasku u komoru. Signal na anodnoj žici nam daje vrijeme t_1 kada lava elektrona stigne na anodu. Poznavajući ova dva vremena i driftnu brzinu elektrona, možemo izračunati udaljenost između početne tačke lavine elektrona i anode koja je registrovala puls preko naredne relacije:

$$\Delta x = \int_{t_0}^{t_1} u dt$$

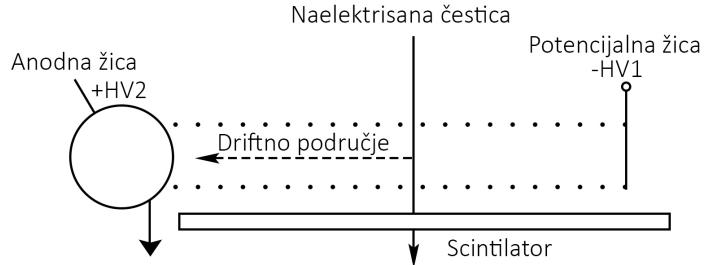
gdje je u - driftna brzina elektrona koja zavisi od gasa kojim je ispunjena komora. "Naravno, poželjno je da driftna brzina bude konstantna, stoga i konstantno električno polje, da bismo dobili linearnu ovisnost udaljenosti i vremena."^[5] Ovime, dolazimo do same konstrukcije drift komore, koja je dosta slična MWPC, ali između anodnih žica se nalaze dodatne potencijalne žice koje omogućavaju relativno konstantno električno polje. Kao primjer, na slici 2.10 vidimo razliku u geometriji linija električnog polja MWPC i drift komore.

Kada je potrebno pokriti veću zapreminu, umjesto povećavanja zapremine same komore tj. razmaka između anodne žice i potencijalnih žica, koristi se više manjih drift celija. Manjim drift putem umanjuje se difuzija lavine elektrona, dobijaju se precizniji rezultati i izbjegava se upotreba visokog napona. Jedna drift celija je skicirana na slici 2.11. Dužina drift puta može iznositi i do 50 cm, ali manje greške s dešavaju kada driftna dužina iznosi 5-10



Slika 2.10: Poređenje geometrije električnog polja MWPC i drift komore.

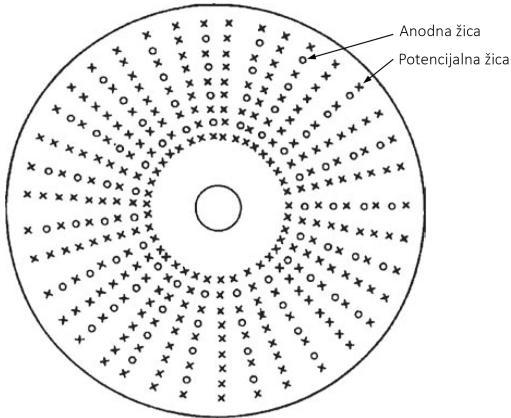
cm. Uobičajena vrijednost za driftnu brzinu je oko $5 \text{ cm}/\mu\text{s}$ i ona nam daje vrijeme drifta od 1-2 μs .



Slika 2.11: Princip rada jedne drift čelije

Drift čelije mogu graditi drift komore na različite načine gdje se koriste različiti brojevi potencijalnih žica razvučenih oko anoda; najpoznatije forme su ravanska i cilindrična, mada se danas češće u sudaračima čestica koristi cilindrična. Potrebna je veća gustina potencijalnih žica, ali nam omogućavaju puno bolju prostornu rezoluciju i vizuelnu rekonstrukciju višetrukihih trajektorija čestica. $r\varphi$ projekciju cilindrične drift komore vidimo na 2.12 gdje su sve žice razvučene u z-pravcu.

Gas kojim se ispunjava komora dosta je sličan onima u MWPC, ali je odabir dosta osjetljiviji s obzirom da nam je potrebno konstantno električno polje i što bolje poznavanje konstantne driftne brzine. Prije svega, veoma je bitan nivo nečistoća unutar gasa. Što je veća driftna dužina, to gas mora biti čišći. Ukoliko se u eksperimentu radi o većem broju događaja, potrebna je veća driftna brzina da bi se smanjilo mrtvo vrijeme detektora. U tom slučaju koristimo CF_4 sa hidrokarbonskim ublaživačem. Međutim, ako želimo veću prostornu rezoluciju, koristimo gasove sa manjim driftnim brzinama da bi se smanjila greška. Takvi su dimetileter, CO_2 i $He - C_2H_6$.



Slika 2.12: Šematski prikaz cilindrične drift komore (duž žica)

2.6 Time projection komora (TPC)

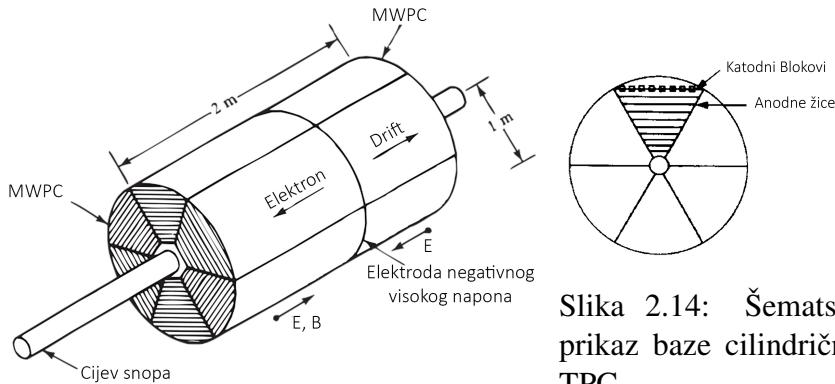
TPC je cilindrična komora (iako može biti i drugog oblika, cilindrični se najčešće koristi) koji radi na principu kombinovane drift komore i MWPC. Navedene dvije komore nam daju samo jednu koordinatu. Za drugu ili sve tri koordinate, potrebno je više istih komora i sada raspored i struktura postaju prekomplikovani i prostorni ugao koji detektor posmatra je sve manji.

"TPC izbjegava ove nedostatke i predstavlja skoro idealan detektor: TPC ima velik prostorni ugao, daje odličnu prostornu rezoluciju u tri dimenzije, daje nam informaciju o nanelektrisanju i masi i odlično prepoznaće iste uzorke. TPC može biti veličine grejpfruta ili težiti čak 10 tona." [4]

Njen šematski prikaz se nalazi na slici 2.13. U centru cilindra koji je ispunjen inertnim gasom³ nalazi se cijev kroz koju prolaze snopovi čestica. Kod sudarača čestica, detektor je pozicioniran tako da je tačka interakcije na samoj sredini cijevi. Cilindar je podijeljen na dva dijela centralnom elektrodom negativnog potencijala, koji zapravo od TPC pravi dva identična detektora, svaki sa svojim pojačivačima i sistemom za iščitavanje signala. U cilju dobijanja konstantnog električnog polja, duž stranica cilindra se nalaze potencijalne žice. Na krajevima cilindra se nalaze MWPC sa anodnim žicama poredanim u obliku paukove mreže, a između anodnih žica, paralelno svakoj žici, nalazi se niz katodnih blokova. Njihov raspored je skiciran na slici 2.14. Čestice prolaze kroz zapreminu cilindra stvarajući slobodne elektrone koji pod uticajem električnog polja paralelnog osi cilindra, putuju prema krajevima cilindra, stvaraju lavine elektrona i stvaraju signal na anodnim žicama i katodnim blokovima. Međutim, stvara se jedan problem kada je riječ o velikim driftnim udaljenostima. Difuzija lavine elektrona postaje prevelika i u tom slučaju se primjenjuje i magnetno polje, paralelno električnom polju. U tom slučaju, elektroni se kreću po spiralnim trajektorijama oko driftnog pravca prema anodi.

Radijalnu koordinatu r dobijamo od anodne žice koja je primila signal, azimutalni ugao φ od aktiviranog katodnog bloka duž anodne žice, a koordinatu z , duž ose cilindra, preko driftnog vremena elektrona od tačke događaja do kraja cilindra. TPC komore mogu imati veliki broj anoda ≈ 5000 i katodnih blokova ≈ 50000 , samim tim i velik broj kanala za očitavanje signala što znači da postiže veoma dobru prostornu rezoluciju. Stotine signala se

³Kao i kod drift komore i MWPC, većinom se radi o smjesi argona i CH_4 jer imaju pristupačnu cijenu i omogućavaju dobru pokretljivost elektrona.



Slika 2.13: Šematski prikaz TPC

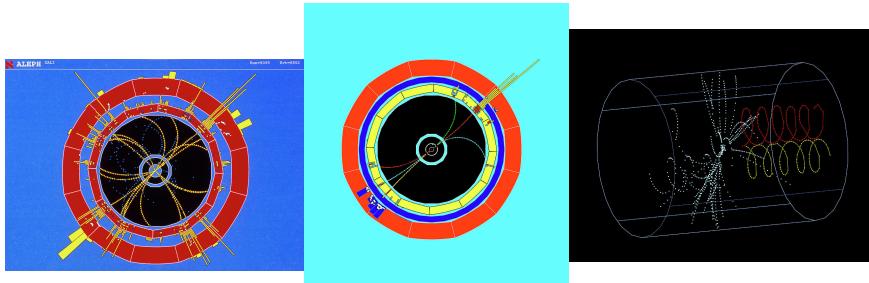
registruje od trajektorije samo jedne čestice čime dobijamo radijus zakriviljenosti. Ukoliko se prisjetimo jednačine (1.3), od radijusa zakriviljenosti putanje elektrona dobijamo moment. Ukupno naelektrisanje koje registruju MWPC na krajevima je proporcionalno gubitku energije čestice, tj. od amplitude izlaznog signala anode dobijamo specifični gubitak energije $\frac{dE}{dx}$. Te dvije fizičke veličine su nam sasvim dovoljne za identifikaciju upadne čestice. Preko Bethe-ove jednačine dobijamo brzinu čestice:

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi n z^2 Z^2 e^4}{m_e v^2} \left[\ln \frac{2m_e v^2}{I \left[1 - \left(\frac{v}{c} \right)^2 \right]} - \left(\frac{v}{c} \right)^2 \right]$$

gdje je $-dE$ - energija izgubljena na udaljenosti dx , n je broj elektrona po cm^3 materije, Z - atomski broj atoma sredine, m_e - masa elektrona; ze - naelektrisanje, v brzina čestice i I - srednji potencijal eksitacije atoma materije. Možemo uočiti da gubitak energije ne zavisi od mase čestice (naravno podrazumijevajući da je ona veća od mase elektrona), nego samo od naelektrisanja i brzine. Ova jednačina predstavlja samo jako dobru aproksimaciju, ali je dovoljna za našu svrhu.

Detektor koji je radio na ovom principu i donio nam niz zanimljivih otkrića je bio ALEPH, jedan od detektora LEP sudarača u CERN kompleksu, na čijoj lokaciji se nalazi današnji LHC. LEP je bio e^-e^+ sudarač i nekoliko rezultata ovih sudara možemo vidjeti na fotografijama iz CERN-a (slika 2.15: four-jet sudar. Rezultat sudara elektrona i pozitrona u ALEPH detektoru su dva kvarka i dva gluona koji se odmah raspadaju na mnoštvo drugih čestica čije su putanje prikazane žutim i plavim isprekidanim linijama, slika 2.16: Proizvodnja i raspad τ leptona. Sudarom elektrona i pozitron nastaje Z čestica koja se raspada na τ^+ i τ^- koje se ubrzo raspadaju na svoje prepoznatljive setove od 3 piona (obojene putanje). i slika 2.17: Anihilacija elektrona i pozitrona. Kao rezultat sudara elektrona i pozitrona nastaju različite naelektrisane čestice (plave isprekidane linije, gamma foton koji se ne vidi, ali vidimo čestice na koje se raspada: elektron (žuta linija) i pozitron (crvena linija)).

Slika 2.14: Šematski prikaz baze cilindrične TPC.



Slika 2.15: Four-jet sudsar.

Slika 2.16: Proizvodnja i raspad τ i pozitrona leptona.

Slika 2.17: Anihilacija elektrona

2.7 Kalorimetar

"Većina čestica završava svoje putovanje u kalorimetrima." [6]

Princip rada kalorimetra podrazumijeva totalno zaustavljanje čestice, time u potpunosti apsorbirajući njenu energiju i mjerene deponovane energije čestice u detektoru. Možemo zaključiti da su nam potrebni materijali velikih gustina i dimenzija.

Podjela kalorimetara na osnovu konstrukcije vrši se na homogene i sampling kalorimetre; Homogeni kalorimetri su sačinjeni od jedne vrste materijala i čitava zapremina detektora je osjetljiva na događaje i doprinosu formiranju signala, dok su sampling kalorimetri sačinjeni od dvije (ili više) vrsta materijala gdje jedna izaziva formiranje lavine čestica (apsorpcioni sloj), a druga vrši mjerene deponovane energije (detekcijski sloj). Ta dva materijala su uglavnom naizmjenično poredani. Prednost je korištenje materijala unutar kojeg se brzo formira lava, time on može biti manjih dimenzija. Nedostatak je ako taj materijal nije pogodan za mjerene deponovane energije. U tom slučaju, dio energije nije izmjerena i dobijamo samo djelimičan signal.

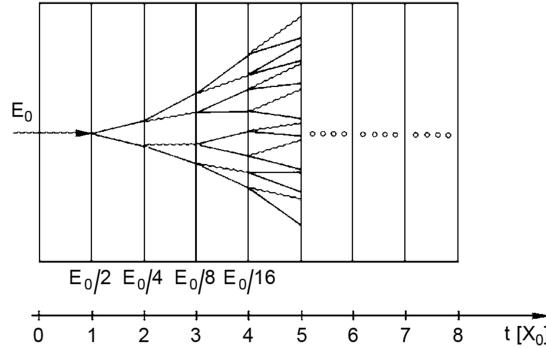
Visoko-energetski fotoni, elektroni i hadroni ostavljaju drugačiji trag unutar kalorimetara tj. formiraju lavine različitih oblika. Uzrok tome je što fotoni i elektroni interaguju preko elektromagnetne sile sa materijalom, dok hadroni interaguju putem jake nuklearne sile. Stoga, dolazimo do još jedne podjele kalorimetara: elektromagnetični i hadronski kalorimetri.

2.7.1 Elektromagnetični kalorimetar

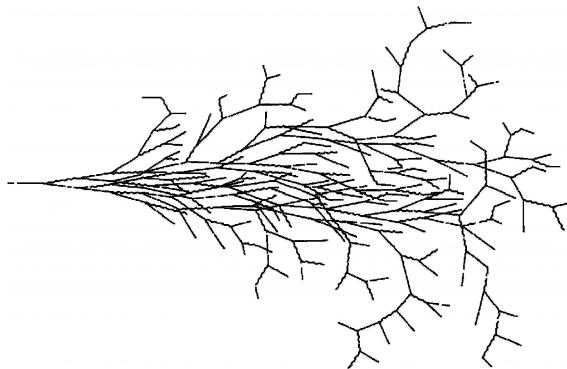
Elektroni visokih energija (preko 100 MeV) interaguju sa atomima materije uglavnom putem bremsstrahlung-a, odnosno procesa u kojem dolazi do nastanka fotona, koji potom proizvode parove elektron-pozitron koji ponovo stvaraju fotone itd. Rezultat ovog procesa jeste lavina e^+e^- .

Najbitnija veličina, koja nam definiše oblik ovakve lavine, jeste radijacijska dužina X_0 . Kada jedna čestica početne energije E_0 pređe udaljenost X_0 , od nje nastaju dvije čestice energija $E_0/2$. Nakon n ponavljanja, dakle na udaljenosti od nX_0 biti će 2^n čestica sa prosječnom energijom od $\bar{E} = \frac{E_0}{2^n}$. Vrijednosti energije se nalaze na slici 2.18. Lavina se zaustavlja kada energija čestice dostigne kritičnu vrijednost E_c . Nadalje, od vrijednosti $\bar{E} = E_c$, počinju apsorpcioni procesi za čestice; Compton-ov i fotoelektrični efekat za fotone, a ionizacija za elektrone koji će se, nakon što dostignu kritičnu vrijednost energije, zaustaviti u jednoj radijacijskoj dužini. Oblik elektromagnetične lavine je šematski prikazan na slici 2.19, krive linije

predstavljaju fotone, a prave linije elektrone ili pozitrone. Fotoni mogu prodrijeti puno dalje u materijal, za razliku od elektrona ili pozitrona iste energije.



Slika 2.18: Promjena energije čestice sa udaljenosću unutar kalorimetra



Slika 2.19: Šema elektromagnetne lavine unutar kalorimetra

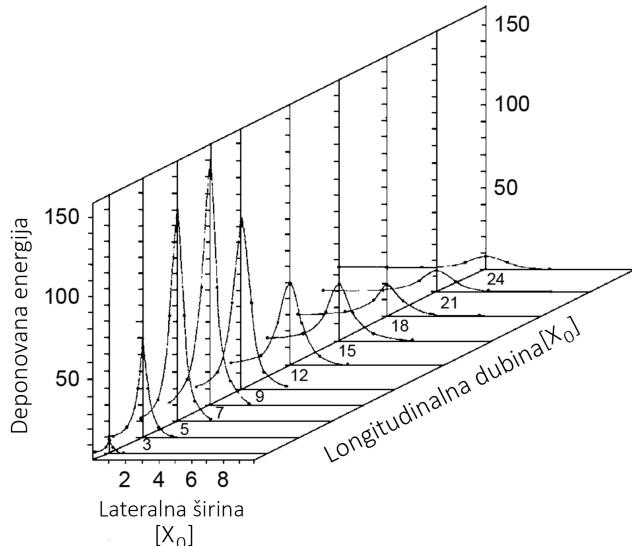
Najbitnije kvalitativne osobine elektromagnetskog kalorimetra su:

1. Da bi kalorimetar apsorbovao 95 % energije upadnog fotona, njegova debljina mora biti $10 - 15X_0$,
2. Udaljenost maksimuma lavine se povećava sa energijom upadne čestice (U većini slučajeva logaritamski, izuzetak je muon gdje je proporcionalna ovisnost),
3. Curenje energije se dešava ukoliko mekani fotoni pobjegnu sa strana ili na kraju kalorimetra.

Longitudinalni i lateralni razvoj lavine elektrona od 6 GeV u olovnom kalorimetru se vidi na slici 2.20. Očigledno je da se lateralna širina elektromagnetne lavine povećava sa longitudinalnom dubinom lavine.

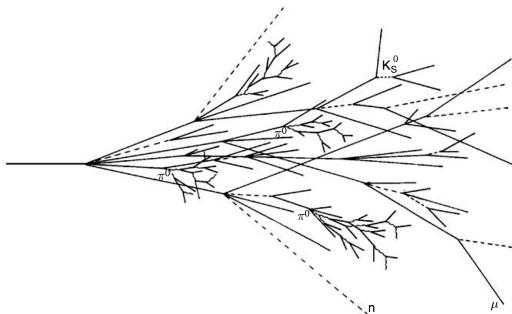
2.7.2 Hadronski kalorimetar

Visoko-energetske hadrone ne mogu obuzdati elektromagnetični kalorimetri, stoga se hadronski kalorimetri pozicioniraju iza elektromagnetskih. Formiranje lavine čestica je poprilično sličnog principa, osim što je longitudinalni razvoj određen dužinom nuklearne interakcije $\lambda \approx 35A^{\frac{1}{3}}$ koja je u većini slučajeva duža od radijacijske dužine X_0 elektromagnetskih kalorimetara. Možemo zaključiti da hadronski kalorimetri moraju biti duži.



Slika 2.20: Longitudinalni i lateralni razvoj lavine nastale od elektrona energije 6 GeV unutar olovognog kalorimetra

Hadroni usporavaju u neelastičnim sudarima sa jezgrima atoma materijala gdje stvaraju sekundarne hadrone u lavini i u najvećem broju to su nanelektrisani i neutralni pioni, kaoni i drugi nukleoni. Jedini izuzetak jeste π^0 , koji se raspada na dva fotona i pri tome izaziva elektromagnetsku lavinu. Njen oblik vidimo na slici 2.21.

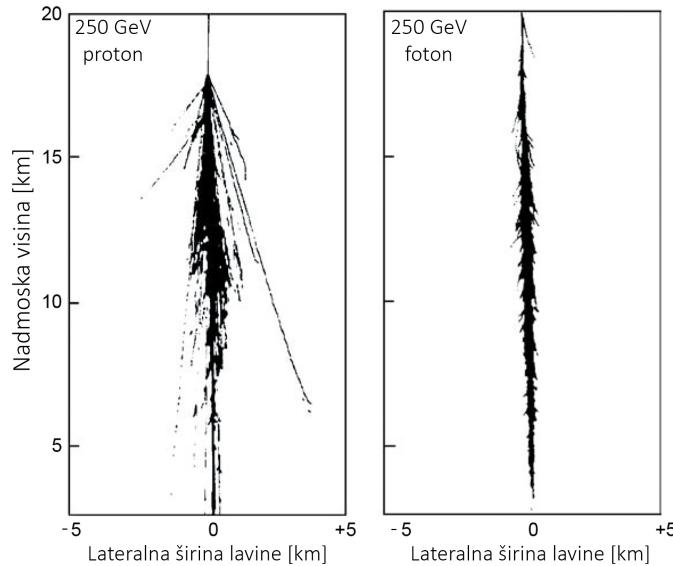


Slika 2.21: Šema hadronske lavine unutar kalorimetra

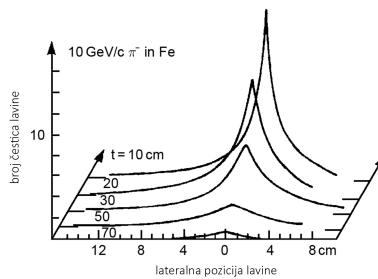
Osim što je veća longitudinalna dužina hadronske lavine, veća je i lateralna širina. Poređenje možemo izvršiti uz pomoć slike 2.22, gdje vidimo lavinu protona i fotona iste energije od 250 GeV formiranu u Zemljinoj atmosferi.

Lateralni razvoj vidimo na slici 2.23 koji predstavlja graf broja nastalih čestica u lavini uzrokovanoj pionom energije 10 GeV u kalorimetru od željeza.

Energetska rezolucija i jačina signala hadronskih kalorimetara su značajno lošiji u odnosu na elektromagnetske kalorimetre. Uzroci ovome su mnogostruki. Jedan od razloga jeste što dio energije predane unutar kalorimetra ostaje nevidljiv. Jedan dio energije hadrona ide na razbijanje nuklearnih veza i ta nuklearna veziva energija ne doprinosi stvaranju signala. Osim toga, ukoliko se koristi sampling hadronski kalorimetar, prilikom razbijanja nuklearnih veza stvaraju se nuklearni fragmenti vrlo malog dometa. Do njihovog stvaranja, dolazi u apsorbacionim slojevima i ne mogu doseći do detekcijskih slojeva da bi doprinijeli signalu. S druge strane, dugoživeće čestice poput neutrina i K_L^0 mogu pobjeći van kalorimetra ne ostav-



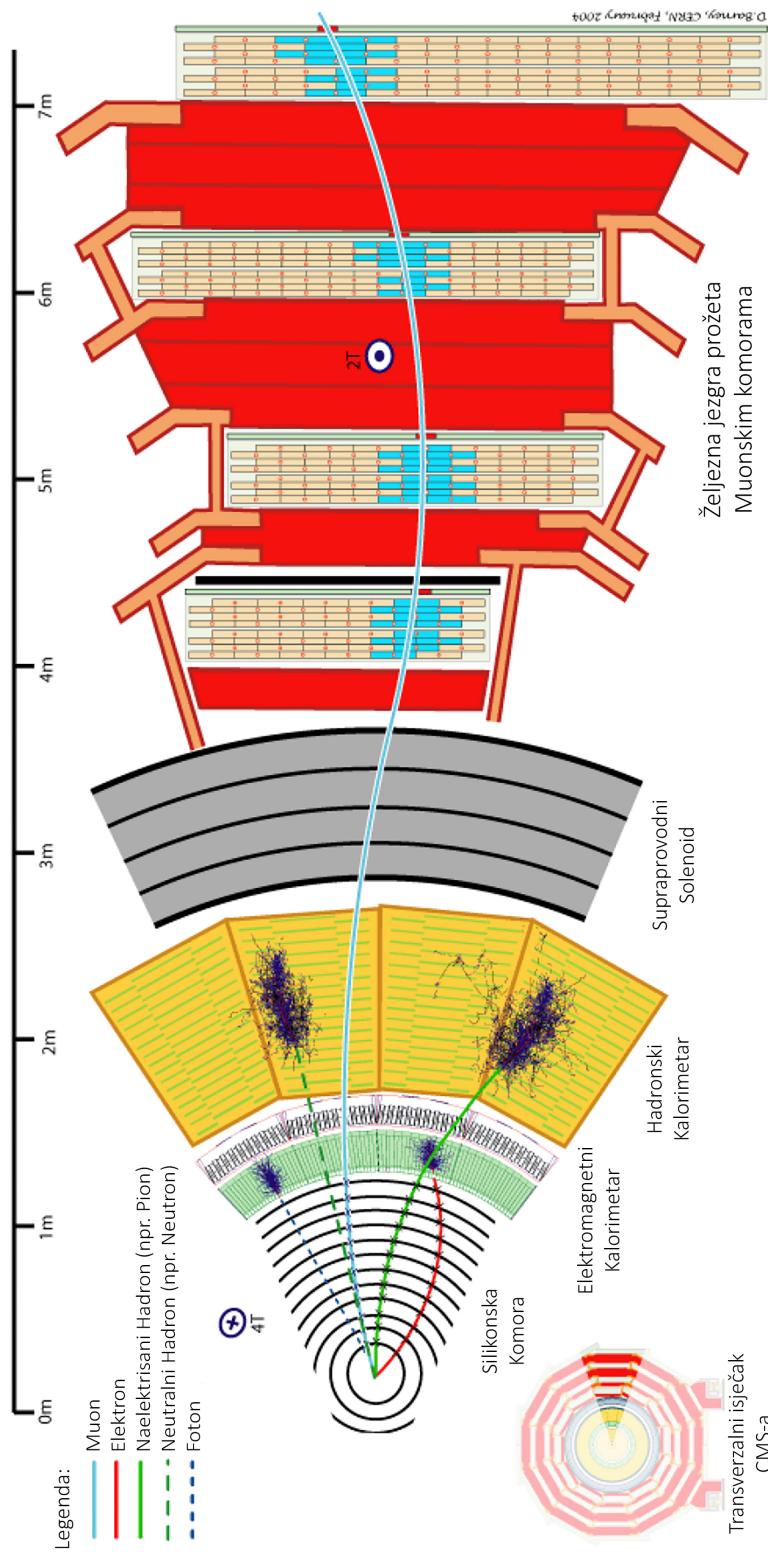
Slika 2.22: Razlika između hadronske i elektromagnetne lavine u Zemljinoj atmosferi inducirane protonom i fotonom energije 250 GeV



Slika 2.23: Lateralni razvoj lavine uzrokovane pionom energije 10 GeV u željeznom kalorimetru

Ijajući trag. Sumirajući ove energije dolazimo do postotka nevidljive energije od $\approx 30-40\%$. Moguće je povratiti dio nevidljive energije metodom koju nazivamo *kompenzacija hadronskog kalorimetra*. Bazira se na odgovarajućem odabiru materijala apsorbacionih slojeva poput uranijuma u kojem, prilikom nuklearnih interakcija, dolazi do nastanka neutrona. Ovi neutroni izazivaju fisiju drugih jezgra meta i stvaranje dodatnih neutrona i energetskih γ zraka koje doprinose povećavanju amplitude signala. Nastali neutroni u materijalima poput hidrogena (n, p) reakcijom stvaraju protoni, koji takođe uvećavaju postotak vidljive energije. Međutim, čak i bez kompenzacije, razvojem nauke danas su postignute vrlo dobre energetske rezolucije poput ATLAS detektora dužine 8.2λ koji detektuje visoko-energetske hadrone na LHC-u u CERN-u.

Elektromagnetični i hadronski kalorimetar se nalazi u sklopu CMS detektora u CERN-ovom kompleksu. CMS je jedan od 4 najveća detektora opšte namjene koji detektuju događaje najvećeg sudarača čestica danas: LHC-a. Njegova konstrukcija se nalazi na slici 2.24, zajedno sa dometima različitih upadnih čestica. Naravno, postoje izuzetci: muoni, tau čestice i neutrini ne proizvode elektromagnetične lavine i time mogu proći kroz čitavu zapreminu kalorimetra neopaženo. Posebne muonske komore se koriste za identifikaciju muona.



Slika 2.24: Trajektorije čestica kroz CMS detektor LHC-a

Poglavlje 3

Mehanika procesa

3.1 Laboratorijski sistem i sistem centra mase

Kod eksperimenata sa stacionarnom metom, velik dio energije se troši na pomjeranje centra mase. Stoga, sudarači čestica postižu puno veće energije jer se eksperiment već dešava u sistemu centra mase (CM).

Energija u sistemu CM se izražava kao $W^{cm} = W = \sqrt{s}$, gdje je s Lorentz invarijantna veličina koja se definiše preko sljedeće relacije¹

$$s = \left(\sum_{i=1}^n E_i \right)^2 - \left(\sum_{i=1}^n \mathbf{p}_i \right)^2 \quad (3.1)$$

"S obzirom da je s invarijantno, jednako je u oba referentna sistema; s obzirom da je s očuvano, jednako je u početnom i krajnjem stanju." [7]

Razmotrimo razliku između sudara u laboratorijskom sistemu i sistemu centra mase. Posmatrajmo sudar

$$a + b \rightarrow c + d$$

gdje je a - projektil, b - meta. U laboratorijskom sistemu, projektil se kreće prema meti sa energijom E_a^{lab} i momentom \mathbf{p}_a^{lab} . U sistemu centra mase, projektil i meta se kreću jedno prema drugome jednakim, ali suprotnim momentom. Za ova dva sistema važe relacije:

$$\begin{aligned} \text{lab.sistem : } & \mathbf{p}_b^{lab} = 0; E_b^{lab} = m_b c^2 \\ \text{sistem CM : } & \mathbf{p}_a^{cm} + \mathbf{p}_b^{cm} = 0 \end{aligned} \quad (3.2)$$

U laboratorijskom sistemu za s dobijamo:

$$s = (E_a^{lab} + m_b)^2 - (p_a^{lab})^2 = m_a^2 + m_b^2 + 2m_b E_a^{lab}$$

U praksi, energija projektila je puno veća od masa projektila i mete, odnosno $E_a^{lab} \gg m_a, m_b$, tako da prethodnu jednačinu možemo aproksimirati kao:

$$s \approx 2m_b E_a^{lab}$$

Posmatrajmo isti slučaj, ali sada u sistemu CM

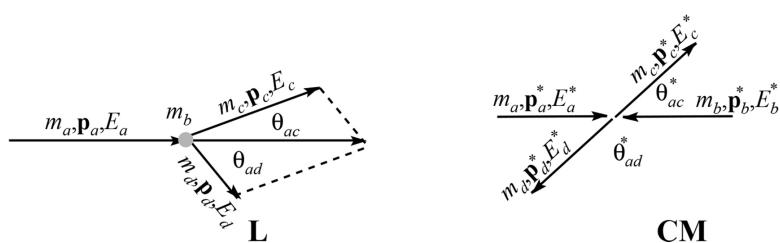
$$s = (E_a^{cm} + E_b^{cm})^2$$

¹Uzimajući da $c = \hbar = 1$.

Uzimajući u obzir da su energije čestica mnogo veće od njihovih masa ($E_a^{cm} \gg m_a$, $E_b^{cm} \gg m_b$), tada njihove energije imaju vrijednost približnim njihovim momentima ($E_a^{cm} \approx p_a^{cm}$, $E_b^{cm} \approx p_b^{cm}$), stoga možemo reći da su njihove energije približno jednako i pišemo ih samo kao E^{cm} . Sada relacija (3.1) izgleda kao:

$$s \approx (2E^{cm})^2$$

Zaključujemo da u sistemu CM, sva energija je čestica dostupna za stvaranje novih čestica u sudaru, dok u laboratorijskom sistemu samo dio te energije. Šematski prikazane sudare u oba sistema vidimo na slici 3.1.



Slika 3.1: Sudari čestica u lab. sistemu i sistemu CM

Na primjer, kada se snop protona energije $E=7$ TeV sudari sa protonom u stanju mirovanja, dobiti ćemo energiju centra mase od samo 115 GeV, dok će LHC sudarajući dva snopa energija 7 TeV, dobiti energiju centra mase od 14 TeV.

3.2 Udarni presjek

U prvom poglavlju smo naglasili da većinu informacija o strukturi elementarnih čestica dobijamo putem sudara čestica ili nekog drugog vida interakcije između njih. Veličina koja se pri tome mjeri jeste udarni presjek σ . Sudari i raspršenja se definišu putem udarnog presjeka. U suštini, ova veličina nam daje mjeru vjerovatnoće da će se data reakcija desiti i možemo je izračunati ukoliko poznajemo tip interakcije između poznatih čestica; jaka, elektromagnetska ili slaba interakcija. Elektroni skreću oštire pored hidrogena nego što skreću neutrini, a manje skreću nego pioni zato što se radi o drugim vrstama interakcija. Udarni presjek takođe zavisi o izlaznim česticama reakcije. U slučaju navedenog raspršenja, elektrona i protona, ukoliko je u reakciji uključeno dovoljno energije, možemo imati ne samo elastično raspršenje:

$$e + p \rightarrow e + p$$

nego i neelastična raspršenja kao što su:

$$e + p \rightarrow e + p + \gamma$$

$$e + p \rightarrow e + p + \pi^0$$

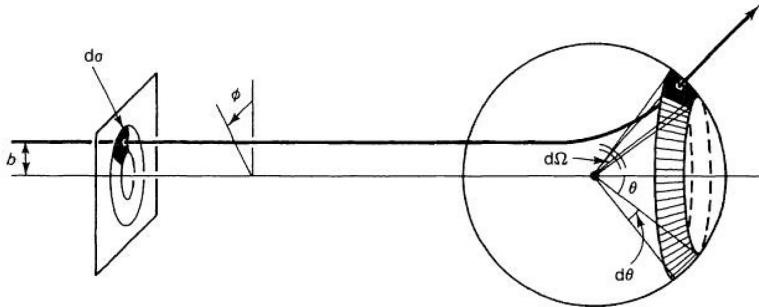
ili čak

$$e + p \rightarrow \nu_e + \Lambda$$

Svaka od ovih reakcija predstavlja jedan "kanal" i ima svoju vjerovatnoću dešavanja, tzv. svoj parcijalni udarni presjek σ_i . Totalni udarni presjek se dobija sumom parcijalnih preko relacije:

$$\sigma_{tot} = \sum_{i=1}^n \sigma_i$$

Posmatrajmo česticu koja se kreće prema meti (slika 3.2) i uslijed sile interakcije, ona skreće pod uglovom θ . Ugao raspršenja θ je funkcija udarnog parametra b , udaljenosti za koju bi upadna čestica promašila metu kada bi se kretala pravolinijski. Što je manji udarni parametar, to je raspršenje veće. Ukoliko upadna čestica dolazi sa udarnim parametrom između $b + db$, čestica će skrenuti pod uglovom između $\theta + d\theta$. Odnosno, ako upadna čestica prođe kroz infinitezimalnu površinu $d\sigma$, raspršit će se u prostorni ugao $d\Omega$. Sa slike možemo vidjeti da što je veći $d\sigma$, to je veći $d\Omega$. Faktor proporcionalnosti nazivamo diferencijalni udarni presjek, $\frac{d\sigma}{d\Omega}$.



Slika 3.2: Raspršenje upadne čestice u prostorni ugao $d\Omega$

Takođe, sa slike zaključujemo²

$$d\sigma = |bdbd\phi|$$

$$d\Omega = |\sin \theta d\theta d\phi|$$

te je

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left| \frac{b}{\sin \theta} \left(\frac{db}{d\theta} \right) \right|$$

Totalni udarni presjek se dobija integracijom preko čitavog prostornog ugla:

$$\sigma_{tot} = \int d\sigma = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega$$

Kada posmatramo snop čestica uniformne luminoznosti L (L je broj čestica koje putuju u jedinici vremena kroz jedinicu površine) koji putuje kroz akcelerator, tada je $dN = Ld\sigma$ broj čestica koji u jedinici vremena prođe kroz površinu $d\sigma$ i/ili koji se rasije u jedinici vremena u prostorni ugao $d\Omega$. Dobijamo relaciju

$$dN = Ld\sigma$$

Akcelerator kontroliše luminoznost, a detektor definiše prostorni ugao koji pokriva, tako da računanjem broja čestica koje dospijevaju do detektora dobijamo $\frac{d\sigma}{d\Omega}$:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{L} \frac{dN}{d\Omega}$$

Ukoliko detektor u potpunosti okružuje metu, imamo da vrijedi $N = \sigma L$.

²Apsolutne vrijednosti se koriste zbog uglova i površina koje uvijek imaju pozitivnu vrijednost.

U slučaju sudarača čestica, luminoznost izražavamo kao:

$$L = \frac{N}{\sigma_{tot}} = \frac{N_1 N_2 f}{A}$$

gdje je: N_i -broj čestica i -tog snopa, f - frekvencija sudaranja snopova i A - udarna površina snopa.

3.3 Životni vijek čestica

Ukoliko posmatramo raspade, u ovom slučaju fizička veličina od najvećeg značaja jeste životni vijek čestice. Moramo uzeti u obzir statičku prirodu raspada; u datom uzorku, jedna čestica se može raspasti za 1 ns, dok druga se može raspasti za 50 godina. Stoga, ne možemo tačno izračunati životni vijek svake čestice, nego samo prosječni (ili srednji) životni vijek čestica τ u uzorku.

Posmatrajmo uzorak sa $N(t)$ čestica u trenutku t . Vjerovatnoća u jedinici vremena da će se bilo koja čestica raspasti se izražava kao stopa raspada, Γ . Dakle, za vrijeme dt , raspasti će se $N\Gamma dt$ čestica iz uzorka. Preostali broj čestica iznosi:

$$dN = -\Gamma N dt$$

iz čega slijedi:

$$N(t) = N(0)e^{-\Gamma t}$$

Srednji životni vijek je samo recipročna vrijednost stope raspada:

$$\tau = \frac{1}{\Gamma}$$

Slično kao kod raspršenja, jedna čestica se može raspati na više različitih načina. Npr, π^+ se uobičajeno raspada na $\mu^+ + \nu_\mu$, međutim nekada na $e^+ + \nu_e$, ponekad na $\mu^+ + \nu_\mu + \gamma$ ili na $e^+ + \nu_e + \pi^0$. Totalna stopa raspada, je suma individualnih stopa raspada:

$$\Gamma_{tot} = \sum_{i=1}^n \Gamma_i$$

i tada je životni vijek čestice recipročna vrijednost totalne stope raspada:

$$\tau = \frac{1}{\Gamma_{tot}}$$

Dodatno, još jedna fizička veličina nam je bitna, a to je branching ratio, odnosno udio čestica od početnog uzorka koje su se raspale na svaki od mogućih načina.

$$\text{Odnos grananja za } i\text{-ti način raspada} = \frac{\Gamma_i}{\Gamma_{tot}}.$$

"Na primjer, odnos grananja za raspad } τ čestice na } τ → e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau } iznosi 0.17, što znači da će se u prosjeku 17% od } τ čestica raspasti na } e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau."^{[8]}

Stoga, kada posmatramo raspade čestica, bitno nam je izračunati stopu raspada Γ_i za svaki način raspada, a zatim je lagano dobiti srednji životni vijek čestice i odnos grananja.

3.4 Fermi-jevo "Zlatno" pravilo

Na početku ovog poglavlja smo naveli osnovne fizičke veličine koje su nam potrebne za definisanje određenog procesa; udarnog presjeka kod sudara i stopu raspada kod raspada čestica. Ove veličine nam daju informaciju o prelazu iz jednog stanja u drugo. S druge strane, kvantna mehanika ovaj proces karakteriše veličinom koju nazivamo stopa prelaza između stanja i definiše uz pomoć Fermi-jevog Zlatnog pravila:

$$\Gamma_{fi} = 2\pi |T_{fi}|^2 \rho(E_i) \quad (3.3)$$

gdje je T_{if} - element matrice prelaza, a $\rho(E_i)$ - gustina (dostupnih) stanja. Element matrice prelaza sadrži sve dinamičke informacije; određena je Hamiltonijanom interakcije koja uzrokuje prelaz \hat{H}' :

$$T_{fi} = \langle f | \hat{H}' | i \rangle = \int_V \psi_f^*(\mathbf{x}) \hat{H}' \psi_i(\mathbf{x}) d^3\mathbf{x} \quad (3.4)$$

gdje su $\langle i | = \psi_i$ i $|f \rangle = \psi_f$ talasne funkcije početnog i krajnjeg stanja procesa.

Gustina stanja je čisto kinematička veličina, ona zavisi od masa, energija i momenata učesnika procesa i predstavlja se relacijom:

$$\rho(E_i) = \left| \frac{dn}{dE} \right|_{E_i} = \int \frac{dn}{dE} \delta(E_i - E) dE \quad (3.5)$$

gdje je dn - broj dostupnih stanja u energetskom intervalu $E \rightarrow E + dE$. Uvođenjem Diracove δ funkcije³, gustinu stanja možemo računati integralom po svim dostupnim energijama u konačnom stanju.

Time dobijamo alternativni oblik Fermi-jevog pravila i stopu prelaza između stanja pišemo kao:

$$\Gamma_{fi} = 2\pi \int |T_{fi}|^2 \delta(E_i - E) dn \quad (3.6)$$

3.5 Gustina stanja i normalizacija talasne funkcije

Posmatrajmo raspad čestice $a \rightarrow 1 + 2$ u nerelativističkoj kvantnoj mehanici gdje stopu raspada procea možemo dobiti Fermi-jevim pravilom. Element matrice prelaza će imati sljedeći oblik:

$$T_{fi} = \langle \psi_1 \psi_2 | \hat{H}' | \psi_a \rangle = \int_V \psi_1^* \psi_2^* \hat{H}' \psi_a d^3\mathbf{x} \quad (3.7)$$

Talasne funkcije početnih i konačnih čestica predstavljene u formi ravanskog talasa:

$$\psi(\mathbf{x}, t) = A e^{(\mathbf{p} \cdot \mathbf{x} - Et)} \quad (3.8)$$

gdje je A - konstanta normiranja.

Integral u (3.7) se vrši po zapremini u kojoj su talasne funkcije normirane. Uobičajeno se usvaja uslov da je ravanski talas normiran na jednu česticu u kubnoj zapremini stranice a . Koristeći nerelativistički izraz za gustoću vjerovatnoće $\rho = \psi^* \psi$, pišemo:

$$\int_0^a \int_0^a \int_0^a \psi^* \psi dx dy dz = 1$$

³Ovakav oblik Dirac-ove δ funkcije nameće očuvanje energije. Dakle, ima nultu vrijednost ako izraz u zagradi nije jednak nuli.

što implicira da je konstanta normiranja A iz (3.8):

$$A^2 = \frac{1}{a^3} = \frac{1}{V}$$

gdje je V - kubna zapremina.

Normiranje nam govori da talasna funkcija zadovoljava periodične granične uslove:

$$\psi(x+a, y, z) = \psi(x, y, z), \text{ itd.}$$

što dalje podrazumijeva da su komponente momenta kvantizirane kao:

$$(p_x, p_y, p_z) = (n_x, n_y, n_z) \frac{2\pi}{a}$$

gdje su n_x, n_y, n_z - cijeli brojevi. Ovaj izraz ograničava dozvoljena stanja momenata na diskretan skup. Svako stanje u prostoru momenata zauzima stanje kubne zapremine:

$$d^3\mathbf{p} = dp_x dp_y dp_z = \left(\frac{2\pi}{a}\right)^3 = \frac{(2\pi)^3}{V}$$

Gustina stanja odgovara broju stanja momenata dostupnih u određenom procesu raspada. To znači da će se prije desiti raspad na lakše čestice sa većim momentom nego raspad na teže čestice.

S obzirom da se V ne pojavljuje u konačnom rezultatu, zgodno je normirati na jednu česticu u jedinici zapremine pišući $V = 1$. U ovom slučaju, broj dostupnih stanja u infinitesimalnoj zapremini prostora momenta $d^3\mathbf{p}$ jeste:

$$dn_i = \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3}$$

U slučaju raspada čestice na konačno stanje koje se sastoji od N čestica, postoji $N - 1$ nezavisnih momenata jer se moment jedne čestice uvijek može dobiti iz zakona o očuvanju momenta Stoga, broj nezavisnih stanja N -čestica možemo izraziti preko relacije:

$$dn = \prod_{i=1}^{N-1} dn_i = \prod_{i=1}^{N-1} \frac{d^3\mathbf{p}_i}{(2\pi)^3}$$

Ovaj izraz možemo napisati na malo drugačiji način koristeći zapremski element prostora momenta za N -tu česticu $d^3\mathbf{p}$ i trodimenzionalnu δ funkciju koja se brine o očuvanju momenta:

$$dn = \prod_{i=1}^{N-1} \frac{d^3\mathbf{p}_i}{(2\pi)^3} \delta^3 \left(\mathbf{p}_a - \sum_{i=1}^N \mathbf{p}_i \right) d^3\mathbf{p}_N$$

gdje je \mathbf{p}_a - moment čestice koja se raspada. Stoga, uopšteni nerelativistički izraz za N -čestični fazni prostor:

$$dn = (2\pi)^3 \prod_{i=1}^N \frac{d^3\mathbf{p}_i}{(2\pi)^3} \delta^3 \left(\mathbf{p}_a - \sum_{i=1}^N \mathbf{p}_i \right) \quad (3.9)$$

3.5.1 Lorentz invarijantna forma Fermi-jevog pravila

Međutim, normalizacija talasne funkcije na jednu česticu po jedinici zapremine nije invarijantno u odnosu na Lorentz transformacije jer važi samo za jedan referentni sistem. U drugom referentnom sistemu, ovakva zapremina će biti manja za faktor $\frac{1}{\gamma}$ duž pravca relativnog kretanja u odnosu na prvi sistem. "Stoga, normalizacija na jednu česticu u jedinici zapremine u jednom referentnom sistemu odgovara normalizaciji od $\gamma = \frac{E}{m}$ čestica u jedinici zapremine u ubrzanom referentnom sistemu."^[8] Zaključujemo da odabir Lorentz invarijantne normalizacije talasne funkcije mora biti proporcionalan sa E ; uobičajeno se Lorentz invarijantna talasna funkcija ψ' normalizuje na $2E$ čestica u jedinici zapremine:

$$\int_V \psi'^* \psi' = 2E$$

i vidimo da je: $\psi' = \sqrt{2E}\psi$.

Za opšti proces $a + b + \dots \rightarrow 1 + 2 + \dots$, Lorentz invarijantna forma matrice prelaza se definiše kao:

$$M_{fi} = \langle \psi'_1 \psi'_2 \dots | \hat{H}' | \psi'_a \psi'_b \dots \rangle$$

Lorentz invarijantna matrica prelaza M_{fi} je povezana sa matricom prelaza T_{fi} na sljedeći način:

$$M_{fi} = \langle \psi'_1 \psi'_2 \dots | \hat{H}' | \psi'_a \psi'_b \dots \rangle = (2E_1 \cdot 2E_2 \dots 2E_a \cdot 2E_b \dots)^{\frac{1}{2}} T_{fi} \quad (3.10)$$

Uzmimo ponovo, kao primjer, raspod na dvije čestice $a \rightarrow 1 + 2$. Fermi-jevo pravilo u formi (3.6) pišemo kao:

$$\Gamma_{fi} = 2\pi \int |T_{fi}|^2 \delta(E_a - E_1 - E_2) dn$$

gdje nam je dn dato preko relacije (3.9), pa slijedi:

$$\Gamma_{fi} = (2\pi)^4 \int |T_{fi}|^2 \delta(E_a - E_1 - E_2) \delta^3(\mathbf{p}_a - \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2) \frac{d^3\mathbf{p}_1}{(2\pi)^3} \frac{d^3\mathbf{p}_2}{(2\pi)^3}$$

Ako uvrstimo i Lorentz invarijantnu matricu prelaza iz (3.10), stopa prelaza postaje:

$$\Gamma_{fi} = \frac{(2\pi)^4}{2E_a} \int |M_{fi}|^2 \delta(E_a - E_1 - E_2) \delta^3(\mathbf{p}_a - \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2) \frac{d^3\mathbf{p}_1}{(2\pi)^3 2E_1} \frac{d^3\mathbf{p}_2}{(2\pi)^3 2E_2} \quad (3.11)$$

gdje je $|M_{fi}|^2 = (2E_a 2E_1 2E_2) |T_{fi}|^2$.

Matrica prelaza M_{fi} iz (3.11) je definisana preko talasnih jednačina sa Lorentz invarijantnom normalizacijom i elementi integracije po faznom prostoru $\frac{d^3\mathbf{p}_i}{E_i}$ su takođe Lorentz invarijatni. Prema tome, integral iz (3.11) jeste Lorentz invarijantan i relacija (3.11) izražava Fermi-jevo pravilo u Lorentz invarijantnoj formi.

3.6 Sudari i raspršenja

Za proračun stope interakcije za sudare i raspršenja je potrebno poznavati i fluks početnih čestica gdje je fluks definisan kao broj čestica koje prolaze kroz jedinicu površine u jedinici vremena. Posmatrajmo proces raspršenja $a + b \rightarrow 1 + 2$, pri čemu čestice a imaju brzinu v_a , poprečni presjek snopa je A , a čestice b brzinu v_b . Gustine čestica su n_a i n_b . Za vrijeme

δt , čestica a prođe kroz područje koje sadrži $\delta N = n_b(v_a + v_b)A\delta t$ b čestica. Prema tome, vjerovatnoća interakcije je:

$$\delta P = \frac{\sigma \delta N}{A} = \frac{n_b(v_a + v_b)A\sigma \delta t}{A} = n_b v \sigma \delta t$$

gdje je $v = v_a + v_b$. Stoga, stopa interakcije za svaku a česticu iznosi:

$$r_a = \frac{dP}{dt} = n_b v \sigma$$

i ukupna stopa interakcije je:

$$r_a n_a V = (n_b v \sigma) n_a V$$

koja se može pisati i kao:

$$(n_a v)(n_b V) \sigma = \Phi_a N_b \sigma$$

Dakle, stopu interakciju definišemo kao

$$\text{stopa} = \text{fluks} \cdot \text{broj čestica mete} \cdot \text{udarni presjek}$$

Vidimo da je izraz za fluks $\phi_a = n_a(v_a + v_b)$. Bitno je naglasiti da se fluks Φ odnosi na relativno kretanje čestica.

Normirajući talasnu funkciju na jednu česticu u zapremini V , daje $n_a = n_b = \frac{1}{V}$, pri čemu je stopa interakcije u zapremini V :

$$\Gamma_{fi} = \frac{(v_a + v_b)}{V} \sigma \quad (3.12)$$

Faktori od V iz izraza za fluks će se poništiti sa istim faktorima iz normiranja talasne funkcije i faznog prostora, te se zapremina V neće pojavljivati u konačnom rezultatu i ponovo nam je zgodno za normiranje uzeti jednu česticu po jedinici zapremine. Udarni presjek je sada povezan sa stopom interakcije sljedećim izrazom:

$$\sigma = \frac{\Gamma_{fi}}{(v_a + v_b)}$$

S druge strane, stopa prelaza Γ_{fi} je data Fermi-jevim zlatnim pravilom, te udarni presjek postaje:

$$\sigma = \frac{(2\pi)^4}{(v_a + v_b)} \int |T_{fi}|^2 \delta(E_a + E_b - E_1 - E_2) \delta^3(\mathbf{p}_a + \mathbf{p}_b - \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2) \frac{d^3 \mathbf{p}_1}{(2\pi)^3} \frac{d^3 \mathbf{p}_2}{(2\pi)^3}$$

koji možemo izraziti i u Lorentz invarijantnoj formi uvodeći T_{fi} u obliku Lorentz invarijantne matrice prelaza iz (3.10):

$$\sigma = \frac{(2\pi)^{-2}}{4E_a E_b (v_a + v_b)} \int |M_{fi}|^2 \delta(E_a + E_b - E_1 - E_2) \delta^3(\mathbf{p}_a + \mathbf{p}_b - \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2) \frac{d^3 \mathbf{p}_1}{2E_1} \frac{d^3 \mathbf{p}_2}{2E_2} \quad (3.13)$$

Integral iz (3.13) je sada napisan u Lorentz invarijantnoj formi, a član $F = 4E_a E_b (v_a + v_b)$ poznat kao Lorentz invarijantni fluks faktor,⁴ te zaključujemo da je izraz za udarni presjek invarijantan u odnosu na Lorentz transformacije i važi za bilo koji referentni sistem.

⁴Za dokaz Lorentz invarijantnosti pogledati Modern Particle Physics, Mark Thomson.

3.6.1 Raspršenje u sistemu CM

Koristimo sistem CM kao referentni sistem. Posmatrane veličine su sada: $\mathbf{p}_a = -\mathbf{p}_b = \mathbf{p}_i^{cm}$ i $\mathbf{p}_1 = -\mathbf{p}_2 = \mathbf{p}_f^{cm}$ a energija centra mase je $\sqrt{s} = (E_a^{cm} + E_b^{cm})$. Lorentz invarijantni fluks faktor u ovom sistemu postaje:

$$\begin{aligned} F &= 4E_a^{cm}E_b^{cm}(v_a^{cm} + v_b^{cm}) = 4E_a^{cm}E_b^{cm}\left(\frac{p_i^{cm}}{E_a^{cm}} + \frac{p_i^{cm}}{E_b^{cm}}\right) = 4p_i^{cm}(E_a^{cm} + E_b^{cm}) \\ &= 4p_i^{cm}\sqrt{s} \end{aligned}$$

Koristeći ovaj izraz i uslov $\mathbf{p}_a + \mathbf{p}_b = 0$, (3.13) postaje

$$\sigma = \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{1}{4p_i^{cm}\sqrt{s}} \int |M_{fi}|^2 \delta(\sqrt{s} - E_1 - E_2) \delta^3(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2) \frac{d^3\mathbf{p}_1}{2E_1} \frac{d^3\mathbf{p}_2}{2E_2}$$

Udarni presjek za bilo koji *two-body* \rightarrow *two-body* proces u sistemu CM je:

$$\sigma = \frac{1}{64\pi^2 s} \frac{p_f^{cm}}{p_i^{cm}} \int |M_{fi}|^2 d\Omega^{cm} \quad (3.14)$$

U nekim slučajevima, nije nam potreban samo izraz za totalni udarni presjek, nego i izraz za diferencijalni udarni presjek i za raspršenje u određen prostorni ugao. Diferencijalni udarni presjek možemo dobiti iz malo drugačijeg zapisa relacije (3.14):

$$d\sigma = \frac{1}{64\pi^2 s} \frac{p_f^{cm}}{p_i^{cm}} |M_{fi}|^2 d\Omega^{cm}$$

te je:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega^{cm}} = \frac{1}{64\pi^2 s} \frac{p_f^{cm}}{p_i^{cm}} |M_{fi}|^2 \quad (3.15)$$

3.6.2 Raspršenje u laboratorijskom sistemu

Prvi korak transformacije diferencijalnog udarnog presjeka iz sistema CM u laboratorijski sistem jeste pisanje (3.15) u Lorentz invarijantnoj formi tj. da je primjenljiva na sve referentne sisteme. To postižemo izražavajući element prostornog ugla $d\Omega^{cm}$ preko Mandelstam varijable t koja je funkcija četiri momenta čestica procesa prikazanog na slici 3.3:

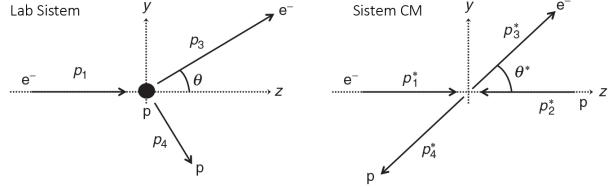
$$\begin{aligned} t &= (p_1^{cm} - p_3^{cm})^2 = (p_1^{cm})^2 + (p_3^{cm})^2 - 2p_1^{cm} \cdot p_3^{cm} \\ &= m_1^2 + m_3^2 - 2(E_1^{cm}E_3^{cm} - \mathbf{p}_1^{cm} \cdot \mathbf{p}_3^{cm}) \\ &= m_1^2 + m_3^2 - 2E_1^{cm}E_3^{cm} + 2p_1^{cm}p_3^{cm} \cos\theta^{cm} \end{aligned} \quad (3.16)$$

U sistemu CM, intenzitet momenta i energija konačnih čestica su fiksirane očuvanjem energije i momenta i jedini slobodni parametar iz (3.16) jeste ugao raspršenja θ^{cm} , stoga:

$$dt = 2p_1^{cm}p_3^{cm}d(\cos\theta^{cm})$$

i

$$d\Omega^{cm} = d(\cos\theta^{cm})d\phi^{cm} = \frac{dt d\phi^{cm}}{2p_1^{cm}p_3^{cm}} \quad (3.17)$$



Slika 3.3: Elastično raspršenje e^- i e^+ u lab. sistemu i sistemu CM

Ukoliko p_1^{cm} i p_3^{cm} respektivno pišemo kao p_i^{cm} i p_f^{cm} , i ako (3.17) ubacimo u (3.15), dobijamo:

$$d\sigma = \frac{1}{128\pi^2 s(p_i^{cm})^2} |M_{fi}|^2 d\phi^{cm} dt$$

Predpostavljajući da element matrice prelaza ne zavisi od azimutalnog ugla, integracija po $d\phi^{cm}$ samo daje član 2π . Dakle imamo

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{64\pi s(p_i^{cm})^2} |M_{fi}|^2 \quad (3.18)$$

Intenzitet momenta početne čestice u sistemu CM možemo dobiti preko izraza:

$$(p_i^{cm})^2 = \frac{1}{4s} [s - (m_1 + m_2)^2] [s - (m_1 - m_2)^2]$$

S obzirom da su σ, s, t i $|M_{fi}|^2$ Lorentz invarijantni, slijedi da je i relacija (3.18) opšta Lorentz invarijantna formula za diferencijalni udarni presjek za *two – body* \rightarrow *two – body* proces raspršenja u laboratorijskom sistemu.

Zaključak

Ideje i činjenice nastale ovim dugoročnim izučavanjem su promijenile sliku o svijetu koji na okružuje, pomogle su nam da razumijemo obilje elemenata oko nas, njihovo stvaranje i raspadanje i "kretanje" energije. Ova istraživanja i otkrića, ne samo da su bitna fizičarima, nego i naučnicima drugih nauka: od hemičara koji izučavaju određene hemijske reakcije, preko geologa koji koriste metodu radioaktivnog datiranja, do ljekara koji ubrizgava pacijentima radioaktivne izotope.

Međutim, iako su nam dosadašnja otkrića nepričuvano velikih razmjera, toliko toga, i više, tek slijedi. Ipak, kao čovječanstvo smo ograničeni budžetom i tehnologijom. Poznata nam je najveća energija koju jedan akcelerator može proizvesti. Za više energije, potrebna su jača električna i magnetna polja, akceleratori većih razmjera koji će proizvesti jače intenzitete i bolju kolimaciju snopova čestica.

S druge strane, bez obzira na širok izbor detektora različite konstrukcije koji se koriste za detekcije različitih čestica sa veoma dobrom preciznošću, još ne postoji idealan i univerzalan detektor. Ukoliko ne znamo (a u većini slučajeva ne znamo) koji će biti rezultati sudara, odnosno koje finalne čestice nastaju i kojih energija, nije tačno definisano koji detektor koristiti. Danas, uglavnom, koristimo set različitih detektora, sukcesivno poredanih jedan iza drugog, svaki sa svojom svrhom i ciljem.

Literatura

- [1] David Griffiths, "Introduction to Elementary Particles", WILEY-VCH Verlag GmbH and Co. KgaA, 2004.
- [2] Bahcall John N., Serenelli Aldo M., Basu Sarbani, "New solar opacities, abundances, helioseismology and neutrino fluxes", The astrophysical journal, 2005.
- [3] Stefaan Tavernier, "Experimental Techniques in Nuclear and Particle Physics", Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2010.
- [4] Ernest M. Henley, Alejandro Garcia, "Subatomic Physics" 3rd Edition, World Scientific, 2007.
- [5] William R. Leo, "Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments", Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1987.
- [6] Claus Grupen, Boris Schwartz, "Particle detectors" Second Edition, Cambridge University Press, 2008.
- [7] Alessandro Bettini, "Introduction to Elementary Particle Physics", Cambridge University Press, 2008.
- [8] Mark Thomson, "Modern Particle Physics", Cambridge University Press, 2013.